



UNIVERSITÀ DI PARMA

ARCHIVIO DELLA RICERCA

University of Parma Research Repository

Appunti sul dimensionamento delle canalizzazioni di fognatura con cenni di idrologia

This is the peer reviewed version of the following article:

Original

Appunti sul dimensionamento delle canalizzazioni di fognatura con cenni di idrologia / Tanda, Maria Giovanna. - ELETTRONICO. - (2011), pp. 1-34.

Availability:

This version is available at: 11381/2786071 since: 2015-02-24T16:41:21Z

Publisher:

Published

DOI:

Terms of use:

Anyone can freely access the full text of works made available as "Open Access". Works made available

Publisher copyright

note finali coverpage

(Article begins on next page)

14 July 2024



Corso di **Costruzioni idrauliche** per allievi di Ingegneria civile e Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, A.A. 2010-11

Appunti sul dimensionamento delle canalizzazioni di fognatura con cenni di Idrologia

MARIA GIOVANNA TANDA

Sommario

0	INTRODUZIONE	2
0.1	BACINO DRENANTE.....	2
1	CALCOLO DELLE PORTATE NERE	2
2	DESCRIZIONE DEI PROCESSI IDROLOGICI CHE PRODUCONO LE PORTATE METEORICHE	3
3	STUDIO DELLE PRECIPITAZIONI METEORICHE	3
3.1	RACCOLTA DEI DATI STORICI	4
3.2	DESCRIZIONI IN TERMINI DI CASI CRITICI.....	7
3.3	DESCRIZIONE PROBABILISTICA.....	8
3.4	CURVE DI POSSIBILITÀ PLUVIOMETRICA O CLIMATICA.	10
3.4.1	<i>Elaborazione tradizionale delle curve di possibilità pluviometriche</i>	11
3.4.2	<i>Elaborazione delle curve di possibilità pluviometriche mediante l'ipotesi di invarianza di scala</i>	13
3.5	RAGGUAGLIO ALL' AREA DELLA PRECIPITAZIONE OSSERVATE O PREVISTE IN UNA STAZIONE.....	14
3.6	STIMA DELLA PIOGGIA NETTA	15
4	MODELLAZIONE AFFLUSSI-DEFLUSSI	17
4.1	MODELLO DI CORRIVAZIONE O CINEMATICO	19
4.1.1	<i>Deduzione dell'IUH per il modello cinematico</i>	22
4.1.2	<i>Deduzione degli idrogrammi in seguito ad eventi piovosi con intensità di pioggia costante</i>	23
4.1.3	<i>Evento critico</i>	24
4.2	MODELLO DELL'INVASO	24
4.2.1	<i>Idrogrammi a seguito di eventi piovosi con intensità di pioggia costante e durata finita</i>	26
4.2.2	<i>Evento critico</i>	27
4.3	CONFRONTO TRA I RISULTATI DEI DUE MODELLI	29
5	CALCOLO DELLA PORTATA NEI COLLETTORI FOGNARI	29
5.1	FORMULA RAZIONALE TRADIZIONALE.....	30
5.2	FORMULA RAZIONALE CON METODO CINEMATICO.....	30
5.3	FORMULA RAZIONALE CON METODO DELL'INVASO LINEARE	30
5.3.1	<i>Metodo italiano per il calcolo della costante d'invaso k</i>	30
6	DIMENSIONAMENTO E VERIFICA DELLE CONDOTTE FOGNARIE	32
7	RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	34

0 Introduzione

Le reti fognarie hanno la funzione di allontanare le acque in eccesso dal centro abitato. Tali acque possono essere originate dagli scarichi degli apparecchi sanitari delle abitazioni civili (bagni e cucine) o dalle scuole, caserme, ospedali etc. e anche dagli stabilimenti industriali di media e piccola dimensione che possono averle utilizzate per i cicli lavorativi. In questi casi esse vengono denominate acque nere o acque di scarico civile e industriale. Il loro allontanamento è indispensabile per motivi principalmente di igiene pubblica. La destinazione di queste acque è, a rigore di legge, l'impianto di depurazione delle acque che deve realizzare l'abbattimento degli inquinanti e restituire all'ambiente le acque in condizioni di qualità accettabili.

La quantità maggiore di acque in eccesso è però di origine meteorica: la pioggia, cadendo sul centro abitato, trasferisce volumi idrici che, in assenza di opere di convogliamento, si indirizzerebbero verso i punti di depressione topografica creando accumuli idrici con livelli che possono provocare inconvenienti o danni anche rilevanti (allagamento cantine e locali seminterrati, allagamento di sottopassi etc.). Le acque originate in tempo di pioggia vengono denominate acque bianche; nella pratica ingegneristica del passato esse infatti venivano considerate "pulite", libere cioè dalle sostanze tossiche o inquinanti contenute nelle acque nere. Negli ultimi decenni, però, ricerche attente in materia hanno messo in evidenza che le acque prodotte nella fase iniziale degli eventi pluviometrici (acque di prima pioggia) hanno un carico di sostanze disciolte e in sospensione non trascurabile. Esse effettuano, infatti, una azione di dilavamento delle superfici del centro abitato sulle quali si depositano polveri e residui anche molto inquinanti (ad esempio il traffico automobilistico produce idrocarburi residui e metalli pesanti). Una pratica rispettosa dell'ambiente deve mirare a rendere inoffensive queste sostanze e quindi ad avviare verso la depurazione anche le acque di prima pioggia. I volumi idrici successivi prodotti a seguito delle precipitazioni possono considerarsi in condizioni "pulite" e quindi possono essere scaricati nella rete idrografica naturale: corsi d'acqua, canali di bonifica e irrigazione, mare (ove possibile).

Nelle reti fognarie **miste o unitarie** sono convogliate sia le acque bianche che le acque nere; l'impianto è di tipo più tradizionale ed economicamente meno impegnativo in quanto richiede la posa di una unica canalizzazione e una gestione più semplice degli allacciamenti.

Nelle reti fognarie **separate** le acque di diversa tipologia (bianca e nera) sono convogliate su canalizzazioni differenti, indipendenti in tutto ad eccezione di alcuni punti di collegamento, necessari ad esempio per avviare le acque di prima pioggia verso la depurazione. Si parla in questo caso di **fognatura bianca e fognatura nera**.

0.1 Bacino Drenante

Il concetto di bacino drenante è fondamentale: si dice bacino drenante la superficie di terreno che contribuisce a formare il deflusso verso una sezione di controllo. Il bacino è naturale se si tratta di una superficie topografica naturale sulla quale scorrono le acque meteoriche; la rete idrografica naturale raccoglie prima in rivoli, e poi in impluvi più importanti (corsi d'acqua) le acque verso una sezione di valle nella quale si valuta la portata idrica convogliata.

Il bacino è artificiale se la superficie su cui scorrono le acque è alterata dall'opera umana. In questo caso si tratta di tetti, strade, parcheggi e anche di giardini, manti erbosi etc. Fanno parte del bacino anche i collettori fognari che si trovano a monte della sezione di controllo.

Anche nel caso di fognatura nera si può parlare di bacino drenante intendendo per questo l'area che, attraverso i canali di scarico interni agli edifici e le tubazioni di raccolta nelle zone di servizio comune, produce il deflusso nella sezione di interesse.

1 Calcolo delle portate nere

Nel caso più comune di acque nere di origine civile, il criterio normalmente utilizzato è di considerare affluente alla fognatura una percentuale, fissata intorno al 80%, della portata di punta del giorno di massimo consumo distribuita dall'acquedotto.

$$Q_n = 0,80 \cdot Q_p \quad (1.1)$$

Questa procedura necessita di una definizione del numero degli abitanti che scaricherebbero nella sezione di interesse e quindi il calcolo può essere complicato o laborioso.

Una valutazione alternativa può essere fatto sulla base dell'ipotesi di ricorrere all'applicazione di un contributo unitario, denominato **coefficiente udometrico (espresso normalmente in litri al secondo per ettaro)**, consigliato in letteratura per tipologie urbanistiche assegnate. Valori ritenuti normalmente accettabili sono quelli riportati in Tabella 1.1:

Tabella 1.1 – valori di u per fognature nere.

Tipologia urbanistica	$u \left(\frac{l}{s \cdot ha} \right)$
Zona abitativa intensiva	1,5
Zona abitativa estensiva	0,5

La portata nera prodotta da una superficie drenante pari ad S (ha) risulta, ovviamente:

$$Q_n (l/s) = u \cdot S \quad (1.2)$$

2 Descrizione dei processi idrologici che producono le portate meteoriche

Le precipitazioni meteoriche che cadono sulla superficie del bacino subiscono una serie di processi idrologici per la interazione con gli elementi sulla superficie del terreno (Figura 2-1). Una prima parte della pioggia viene intercettata dalle piante (Intercettazione foliare); un'altra parte si infiltra nel terreno verso gli strati profondi del sottosuolo (Infiltrazione). Un'altra parte evapora e rientra nell'atmosfera (Evaporazione). Altre quantità si fermano nelle piccole depressioni superficiali (Immagazzinamento superficiale); infine un'ultima parte scorre sul suolo raggiungendo la rete idrografica naturale e artificiale (deflusso superficiale). Alcune di queste voci non contribuiscono al deflusso in fognatura; esse vengono chiamate **perdite idrologiche**. Precisare quantitativamente l'entità di queste perdite è un elemento di fondamentale importanza per la progettazione delle fognature.

Trasformazione AFFLUSSI - DEFLUSSI

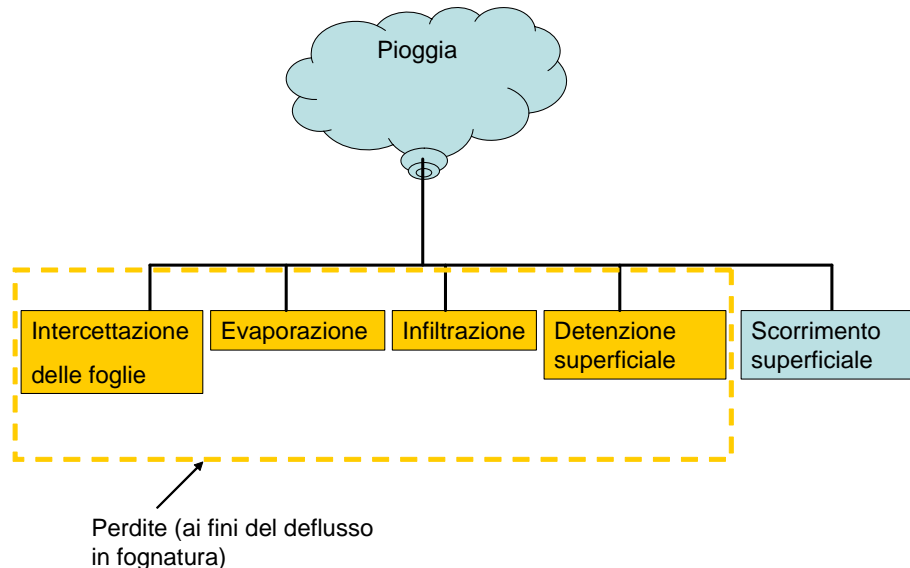


Figura 2 -1 Rappresentazione schematica dei processi idrologici nella trasformazione afflussi meteorici – deflussi in fognatura.

3 Studio delle precipitazioni meteoriche

Le precipitazioni meteoriche vengono misurate attraverso uno strumento misuratore denominato pluviometro. Esso è costituito essenzialmente da una superficie di raccolta a forma di imbuto di area nota. Il volume idrico raccolto viene rapportato alla superficie di raccolta definendo la cosiddetta altezza di pioggia:

$$h = \frac{\text{Volume idrico}}{\text{Superficie di raccolta}}$$

in Italia l'altezza di pioggia viene misurata normalmente in millimetri. Per avere un riferimento si tenga presente che l'altezza di pioggia annua media in Italia ha un valore intorno a mille millimetri.

Tenendo conto del tempo impiegato per totalizzare una determinata altezza di pioggia, si può definire l'intensità di pioggia i :

$$i = \frac{\text{altezza di pioggia}}{\text{tempo di raccolta}} = \frac{\text{Volume idrico}}{\text{Superficie di raccolta} \cdot \text{tempo di raccolta}} \quad (3.1)$$

l'intensità di pioggia viene normalmente misurata in mm all'ora (mm/h).

Valgono naturalmente le formule inverse per ricavare, nota h , il volume idrico affluito su una superficie data. Si può anche definire la portata di pioggia, cioè il volume idrico affluito nel bacino nell'unità di tempo, con la seguente equazione:

$$p = i \cdot S$$

Se si utilizza l'intensità di pioggia in millimetri all'ora e la superficie in ettari è necessario inserire un fattore numerico di conversione per ottenere la portata di pioggia in litri al secondo:

$$p[l/s] = \left(10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{mm}} \cdot \frac{\text{ore}}{3600 \text{ s}}\right) i \left(\frac{\text{mm}}{\text{ora}}\right) \cdot S(\text{ha}) \left(\frac{10000 \text{ m}^2}{\text{ha}}\right) \left(\frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1}\right) = \frac{1}{3,6} i \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot S \left(\frac{10 \text{ m}^2 \cdot 1}{\text{m}^3}\right) = 2,7 \cdot i \cdot S \cong 2,78 \cdot i \cdot S \quad (3.2)$$

Esistono poi strumenti di misura della precipitazione che effettuano una registrazione del dato idrologico (pluviografi); la strumentazione più tradizionale era basata su una registrazione su carta graduata avvolta attorno ad un cilindro in movimento continuo. Un pennino, asservito ad un sensore di pioggia, lasciava una traccia continua della quantità di pioggia caduta. Attualmente la registrazione avviene prevalentemente su supporto magnetico a livello locale con eventuale teletrasmissione del dato alle centrali di raccolta.

3.1 Raccolta dei dati storici

Le misure di pioggia sono raccontate dal servizio idrografico che è attualmente suddiviso in comparti regionali. L'organizzazione di tale servizio è sempre stata molto travagliata a causa di numerosi e frequenti cambiamenti intervenuti nei diversi anni. I dati raccolti sono pubblicati in un volume annuale denominato annale idrologico. Gli annali sono tradizionalmente divisi in due parti: la parte prima riguarda i dati meteorologici quali temperatura precipitazione vento etc. la seconda parte le osservazioni sui deflussi nei fiumi. Sono di interesse per le fognature i dati contenuti nella parte prima degli annali cioè in particolare i dati pluviometrici.

I dati sono organizzati in tabelle che presentano diverse informazioni; nella tabella I sono riportati i totali di pioggia giornalieri osservati in ciascun pluviometro del servizio idrografico (Figura 3-1); normalmente solo i dati di alcuni pluviometri vengono riportati sugli annali privilegiando quelli con la serie storica più lunga. Oltre ai totali giornalieri sono riportati il numero di giorni piovosi nel mese; anche il totale annuo di pioggia e il numero di giorni piovosi sono trascritti in fondo alla tabella.

La tabella II presenta i totali mensili per l'anno di pertinenza dell'annale (Figura 3-2).

La tabella III riporta invece i valori delle massime piogge registrate nell'anno per alcune durate notevoli: 1, 3, 6, 12 e 24 ore (Figura 3-3). Questa tabella è compilata analizzando le registrazioni degli strumenti (originariamente su strisce di carta) con un sistema a finestra mobile in modo da individuare l'ora più piovosa dell'anno e il giorno in cui gli tale evento si è verificato (Figura 3-4). Con lo stesso sistema sono state individuate le tre ore, sei ore, 12 ore e 24 ore più piovose dell'anno.

La tabella IV raccoglie i dati di pioggia per il giorno, i due, tre, quattro e cinque giorni più piovosi dell'anno di osservazione (Figura 3-5).

La tabella V raccoglie infine i dati di pioggia per eventi di breve durata e forte intensità (Figura 3-6). Le durate prese in considerazione dipendono dalla precisione dello strumento registratore: si tratta per lo più di durate da un minimo di cinque minuti fino ad un massimo di circa due ore. **Tali dati sono utilissimi per il dimensionamento delle fognature.**

Tabella I - Osservazioni pluviometriche giornaliera

Anno 1993

PARMA - UFFICIO IDROGRAFICO													Giorno	PARMA OSS. UNIVERSITA												
(Pr)	Bacino: PARMA (56 m s.m.)													(Pr)	Bacino: PARMA (55 m s.m.)											
G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D	G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D			
—	—	13.4	—	3.4	—	—	—	—	41.6	6.6	—	1	—	—	23.6	37.0	4.0	—	—	—	—	—	—	—		
—	—	36.2	—	0.6	—	—	—	—	5.4	1.6	2.4	2	—	—	46.0	1.8	0.8	—	—	—	—	—	—	3.6		
—	—	4.0	36.8	—	—	—	—	—	11.6	6.0	—	3	—	—	6.4	40.4	—	—	—	—	—	—	—	10.4		
—	—	—	1.0	—	—	—	—	—	—	0.2	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
—	—	—	0.4	37.4	—	—	—	—	—	6.0	—	5	—	—	1.0	—	—	—	—	—	—	—	—	3.4		
—	—	—	—	0.8	—	—	—	—	3.4	34.8	—	6	—	—	—	—	0.2	—	—	—	—	—	—	3.6		
—	—	—	—	0.6	—	14.0	—	—	21.8	4.4	0.8	7	0.4	—	—	—	1.6	—	13.0	—	—	—	0.2			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	31.0	11.2	7.0	8	—	—	—	—	—	—	37.6	—	—	—	10.4			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	36.0	12.6	—	9	—	—	—	—	—	—	30.6	—	—	—	11.2			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23	0.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
—	—	92.6	140.0	32.0	15.2	23.6	86.6	59.8	163.4	76.8	29.0	Totale mensili	0.8	2.4	121.6	158.8	40.4	12.0	25.0	90.4	58.6	157.6	76.0	33.8		
—	—	5	14	4	4	2	4	7	12	9	5	N° giorni piovosi	—	1	6	15	5	4	3	4	7	11	9	7		
Totale annuo: 719.0												Totale annuo: 777.4														
Giorni piovosi: 66												Giorni piovosi: 72														
PADULI - DIGA												SUCCISO (LIOCCA)														

Figura 3-1 Annali del Servizio Idrografico Italiano, Parte I: esempio di Tabella I

Tabella II - Totali annui e riassunti dei totali mensili della quantità delle precipitazioni

Anno 1993

BACINO E STAZIONE	G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D	Anno
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
PARMA													
Bosco - C.le	11.4	2.8	79.6	209.4	127.8	28.2	73.6	98.4	231.8	579.6	128.4	170.4	1741.4
Petrignacola	11.8	2.0	71.0	144.6	98.6	12.2	82.8	41.8	130.8	284.4	95.0	69.2	1044.2
Langhirano	1.6	0.4	81.6	163.2	66.4	9.6	54.6	62.4	70.0	145.6	93.2	58.4	807.0
Casaselvatica (Baganza)	-	-	52.0	148.9	106.0	13.0	49.8	28.0	97.6	276.3	58.5	42.0	872.1
Calestano (Baganza)	2.2	6.0	115.0	195.0	67.0	7.4	83.0	62.0	90.2	238.0	92.0	45.6	1003.4
Sala Baganza (Baganza)	-	0.2	11.6	51.2	44.4	»	»	»	»	45.6	26.2	9.4	»
Parma - Ufficio Idrografico	-	-	92.6	140.0	32.0	15.2	23.6	86.6	59.8	163.4	76.8	29.0	719.0
Parma Oss. Università	0.8	2.4	121.6	158.8	40.4	12.0	25.0	90.4	58.6	157.6	76.0	33.8	777.4

Figura 3-2 Annali del Servizio Idrografico Italiano, Parte I: esempio di Tabella II

Tabella III - Precipitazioni di massima intensità registrate ai pluviografi

Anno 1993

BACINO E STAZIONE	INTERVALLO DI ORE														
	1			3			6			12			24		
	mm.	Inizio		mm.	Inizio		mm.	Inizio		mm.	Inizio		mm.	Inizio	
		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese
ARDA															
Rusteghini	16.8	11	Lug.	41.2	11	Lug.	53.8	10	Lug.	53.8	10	Lug.	75.0	23	Set.
Morfasso	22.6	11	Lug.	46.0	11	Lug.	54.2	10	Lug.	55.2	10	Lug.	82.6	23	Set.
Mignano - Diga	41.0	13	Mag.	65.2	11	Lug.	69.0	10	Lug.	70.2	10	Lug.	71.8	10	Lug.
Fiorenzuola d'Arda	27.4	8	Ago.	45.0	8	Ago.	63.4	21	Ott.	77.6	21	Ott.	80.0	21	Ott.
TARO															
Strinabecco - C.le	24.8	23	Set.	45.6	23	Set.	69.8	2	Ott.	93.6	23	Set.	159.0	23	Set.
Santa Maria del Tarò	27.0	2	Ott.	61.4	2	Ott.	88.6	2	Ott.	144.6	2	Ott.	211.0	23	Set.
Bedonia (Pelpirana)	22.0	21	Lug.	36.6	21	Lug.	50.0	30	Set.	73.0	2	Ott.	87.4	30	Set.
Montegrosso (Gotra)	23.8	8	Ott.	53.2	30	Set.	84.6	30	Set.	118.0	2	Ott.	135.8	2	Ott.
Albareto (Gotra)	25.4	22	Giu.	42.8	2	Ott.	64.4	2	Ott.	99.2	2	Ott.	120.4	23	Set.
Borgo Val di Tarò	15.2	2	Ott.	31.8	23	Giu.	47.0	2	Ott.	64.0	2	Ott.	81.4	23	Set.
Bardi - Scuola	20.8	15	Ago.	31.8	2	Ott.	41.4	2	Ott.	52.2	2	Ott.	71.6	23	Set.
Bardi - C.le (Ceno)	15.0	23	Set.	29.4	6	Ott.	42.2	2	Ott.	57.0	2	Ott.	77.2	23	Set.
Ramiola	21.0	6	Ott.	26.0	6	Ott.	31.2	30	Set.	44.0	30	Set.	48.4	30	Set.
Neviano Rossi (Scodogna)	21.0	6	Ott.	24.2	6	Ott.	32.6	30	Set.	45.6	30	Set.	51.8	27	Feb.
Collecchio	29.6	8	Ago.	33.8	8	Ago.	34.2	1	Ott.	47.6	30	Set.	51.8	30	Set.
Boschi di Carrega	25.4	8	Ago.	31.4	21	Ott.	39.0	30	Set.	51.8	30	Set.	54.0	4	Apr.
Salsomaggiore (Stirone)	17.2	8	Ago.	29.8	8	Ago.	30.6	21	Set.	45.4	20	Set.	52.6	1	Mar.
Fidenza (Stirone)	35.4	8	Ago.	88.0	8	Ago.	98.4	8	Ago.	98.4	8	Ago.	138.8	8	Ago.
Stagno	24.8	24	Set.	47.2	24	Set.	64.4	24	Set.	65.4	24	Set.	80.8	24	Set.
PARMA															
Bosco - C.le	30.4	2	Ott.	55.2	6	Ott.	76.8	30	Set.	108.2	2	Ott.	129.8	1	Ott.
Langhirano	37.8	6	Lug.	40.2	6	Lug.	40.2	6	Lug.	46.4	4	Apr.	50.0	4	Nov.
Sala Baganza (Baganza)	18.2	6	Ott.	28.0	8	Ago.	28.2	8	Ago.	28.2	8	Ago.	43.2	8	Ago.
Parma - Ufficio Idrografico	32.4	8	Ago.	36.0	8	Ago.	36.0	8	Ago.	44.8	30	Set.	67.0	8	Ago.
Parma Oss. Università	21.6	8	Ago.	36.8	8	Ago.	37.6	8	Ago.	44.4	30	Set.	68.2	8	Ago.

Figura 3-3 Annali del Servizio Idrografico Italiano, Parte I: esempio di Tabella III

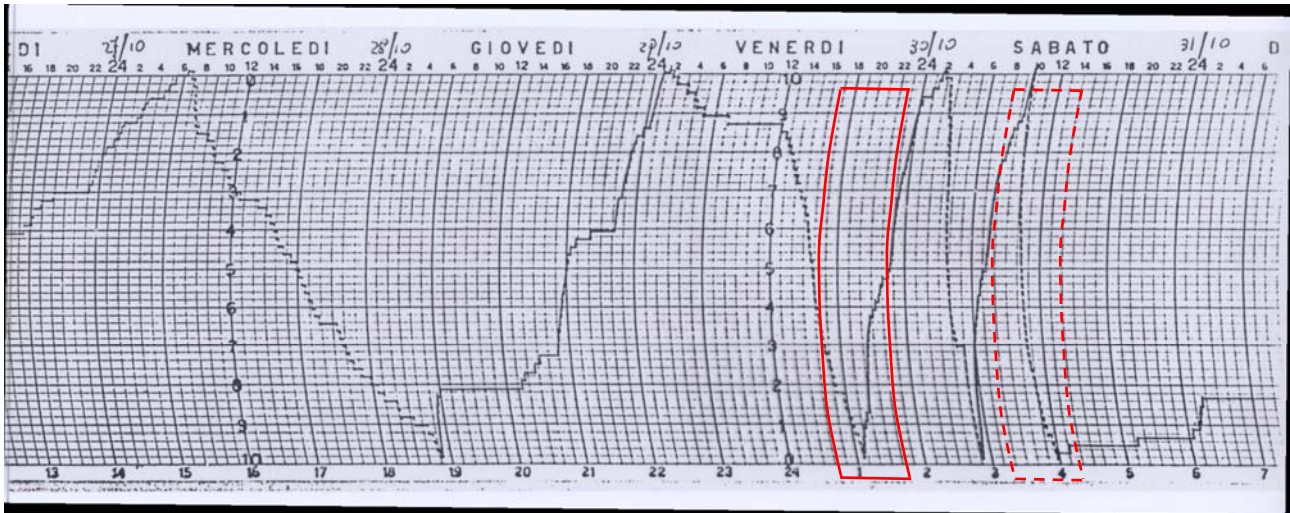


Figura 3-4 Procedimento a finestra mobile per individuare le massime precipitazioni in assegnata durata

Tabella IV - Massime precipitazioni dell'anno per periodi di più giorni consecutivi

Anno 1993

BACINO E STAZIONE	NUMERO DEI GIORNI DEL PERIODO													
	1		2			3			4			5		
	mm.	data	mm.	dal	al	mm.	dal	al	mm.	dal	al	mm.	dal	al
Albareto (Gotra)	99.2	24 Set.	139.8	24 Set.	25 Set.	175.4	23 Set.	25 Set.	193.2	23 Set.	26 Set.	193.2	23 Set.	27 Set.
Borgo Val di Taro	68.8	1 Ott.	126.0	24 Set.	25 Set.	151.4	24 Set.	26 Set.	151.6	24 Set.	27 Set.	151.6	24 Set.	28 Set.
Nociveglia (Ceno)	80.0	25 Set.	159.0	24 Set.	25 Set.	195.0	24 Set.	26 Set.	195.0	24 Set.	27 Set.	195.0	24 Set.	28 Set.
Cornolo (Ceno)	120.0	24 Set.	230.0	24 Set.	25 Set.	255.0	24 Set.	26 Set.	265.0	24 Set.	27 Set.	266.0	24 Set.	28 Set.
Bardi - Scuola	62.0	24 Set.	101.0	24 Set.	25 Set.	121.2	24 Set.	26 Set.	121.2	24 Set.	27 Set.	122.8	24 Set.	28 Set.
Bardi - C.le (Ceno)	63.4	24 Set.	105.6	24 Set.	25 Set.	132.0	24 Set.	26 Set.	134.0	24 Set.	27 Set.	136.4	24 Set.	28 Set.
Varsi (Ceno)	60.0	1 Ott.	81.0	1 Ott.	2 Ott.	115.2	1 Ott.	3 Ott.	115.2	1 Ott.	4 Ott.	115.2	1 Ott.	5 Ott.
Ramiola	44.2	1 Ott.	59.6	1 Mar.	2 Mar.	72.4	7 Ott.	9 Ott.	76.8	6 Ott.	9 Ott.	76.8	6 Ott.	10 Ott.
Neviano Rossi (Scodogna)	46.0	1 Ott.	74.4	28 Feb.	1 Mar.	80.6	3 Apr.	5 Apr.	80.6	3 Apr.	6 Apr.	80.6	3 Apr.	7 Apr.
Collecchio	47.4	1 Ott.	51.8	1 Ott.	2 Ott.	65.0	3 Apr.	5 Apr.	65.0	3 Apr.	6 Apr.	65.0	3 Apr.	7 Apr.
Boschi di Carrega	54.0	5 Apr.	71.0	1 Mar.	2 Mar.	84.8	3 Apr.	5 Apr.	84.8	3 Apr.	6 Apr.	84.8	3 Apr.	7 Apr.
Varano Marchesi (Recchio)	62.0	2 Ott.	95.0	2 Ott.	3 Ott.	104.0	1 Mar.	3 Mar.	104.0	1 Mar.	4 Mar.	104.0	1 Mar.	5 Mar.
Ronchetti	58.4	22 Ott.	80.4	8 Ago.	9 Ago.	84.4	22 Ott.	24 Ott.	87.6	21 Ott.	24 Ott.	88.6	20 Ott.	24 Ott.
Careno (Stirone)	57.4	1 Ott.	73.0	1 Ott.	2 Ott.	79.0	3 Apr.	5 Apr.	79.0	3 Apr.	6 Apr.	79.0	3 Apr.	7 Apr.
Salsomaggiore (Stirone)	53.4	2 Mar.	74.8	1 Mar.	2 Mar.	83.8	1 Mar.	3 Mar.	83.8	1 Mar.	4 Mar.	84.4	1 Mar.	5 Mar.
Fidenza (Stirone)	98.4	8 Ago.	138.8	8 Ago.	9 Ago.	138.8	8 Ago.	10 Ago.	138.8	8 Ago.	11 Ago.	138.8	8 Ago.	12 Ago.
Zibello	62.0	22 Ott.	75.0	22 Ott.	23 Ott.	78.0	22 Ott.	24 Ott.	80.7	21 Ott.	24 Ott.	80.7	21 Ott.	25 Ott.
Stagno	66.0	25 Set.	82.4	24 Set.	25 Set.	91.0	24 Set.	26 Set.	101.2	24 Set.	27 Set.	101.4	24 Set.	28 Set.
PARMA														
Bosco - C.le	126.0	1 Ott.	141.0	1 Ott.	2 Ott.	262.6	1 Ott.	3 Ott.	263.8	1 Ott.	4 Ott.	267.0	29 Set.	3 Ott.
Petrignacola	68.4	2 Ott.	113.0	2 Ott.	3 Ott.	113.0	2 Ott.	4 Ott.	113.0	2 Ott.	5 Ott.	124.0	2 Ott.	6 Ott.
Langhirano	48.6	5 Apr.	64.6	1 Mar.	2 Mar.	78.8	3 Apr.	5 Apr.	78.8	3 Apr.	6 Apr.	78.8	3 Apr.	7 Apr.
Casaselvatica (Baganza)	87.0	2 Ott.	87.0	2 Ott.	3 Ott.	116.2	2 Ott.	4 Ott.	116.2	2 Ott.	5 Ott.	116.2	2 Ott.	6 Ott.
Calestano (Baganza)	58.0	1 Ott.	68.0	1 Ott.	2 Ott.	88.0	1 Ott.	3 Ott.	94.0	3 Apr.	6 Apr.	94.0	3 Apr.	7 Apr.
Sala Baganza (Baganza)	28.2	8 Ago.	43.2	8 Ago.	9 Ago.	43.2	8 Ago.	10 Ago.	43.2	8 Ago.	11 Ago.	43.2	8 Ago.	12 Ago.
Parma - Ufficio Idrografico	41.6	1 Ott.	67.0	8 Ago.	9 Ago.	75.2	3 Apr.	5 Apr.	75.2	3 Apr.	6 Apr.	75.2	3 Apr.	7 Apr.
Parma Oss. Università	46.0	2 Mar.	69.6	1 Mar.	2 Mar.	79.2	1 Apr.	3 Apr.	79.2	1 Apr.	4 Apr.	79.2	1 Apr.	5 Apr.

Figura 3-5 Annali del Servizio Idrografico Italiano, Parte I: esempio di Tabella IV

Tabella V - Precipitazioni di notevole intensità e breve durata registrate ai pluviografi

Anno 1993

BACINO E STAZIONE	Giorno e mese	Durata ore e minuti	Quantità di precipita- zione mm	BACINO E STAZIONE	Giorno e mese	Durata ore e minuti	Quantità di precipita- zione mm	
Fidenza (Stirone)	8 Ago.	30	19.6	SECCHIA				
Fidenza (Stirone)	8 Ago.	45	27.6					
Stagno	24 Set.	15	9.4					
Stagno	24 Set.	30	16.2		Ligonchio - C.le (Ozola)	7 Giu.	15	14.6
Stagno	24 Set.	45	21.2		Ligonchio - C.le (Ozola)	7 Giu.	30	18.4
PARMA				Ligonchio - C.le (Ozola)	7 Giu.	45	22.2	
				Febbio (Secchiello)	16 Mag.	15	11.6	
				Febbio (Secchiello)	9 Giu.	30	14.0	
	Bosco - C.le	2 Ott.	15	16.6	Febbio (Secchiello)	9 Giu.	45	18.8
	Bosco - C.le	2 Ott.	30	23.6	Fontanaluccia - Diga (Dolo)	15 Ago.	15	13.2
	Bosco - C.le	2 Ott.	45	27.0	Fontanaluccia - Diga (Dolo)	15 Ago.	30	18.4
	Langhirano	6 Lug.	15	27.4	Fontanaluccia - Diga (Dolo)	15 Ago.	45	23.4
	Langhirano	6 Lug.	30	32.6	Farneta - C.le (Dolo)	8 Ago.	15	14.8
	Langhirano	6 Lug.	45	37.0	Farneta - C.le (Dolo)	17 Mag.	30	19.6
	Sala Baganza (Baganza)	6 Ott.	15	7.6	Farneta - C.le (Dolo)	17 Mag.	45	24.4
	Sala Baganza (Baganza)	11 Mag.	30	13.4	Piandelagotti (Dolo)	8 Ott.	15	7.2
	Sala Baganza (Baganza)	6 Ott.	45	16.4	Piandelagotti (Dolo)	1 Ott.	30	13.2
	Parma - Ufficio Idrografico	8 Ago.	30	28.2	Piandelagotti (Dolo)	8 Ott.	45	14.8
	Parma Oss. Università	8 Ago.	15	13.6	Montefiorino (Dragone)	15 Ago.	15	15.0
	Parma Oss. Università	8 Ago.	30	16.2	Montefiorino (Dragone)	15 Ago.	30	24.4
Parma Oss. Università	8 Ago.	45	19.2	Montefiorino (Dragone)	15 Ago.	45	29.6	
				Pavullo (Rossetta)	21 Lug.	15	10.2	

Figura 3-6 Annali del Servizio Idrografico Italiano, Parte I: esempio di Tabella V

3.2 Descrizioni in termini di casi critici

La descrizione dei casi critici è una modalità di descrizione delle piogge in uso fino agli anni sessanta. L'idea è di evidenziare le precipitazioni che l'esperienza storica ha dimostrato sollecitare in modo drastico gli impianti fognari ed utilizzarle per il progetto di nuove opere. Per effettuare la definizione dei casi critici è necessario analizzare le precipitazioni di assegnata durata in diversi anni di osservazione. Per ogni anno di osservazione si estrae la precipitazione di massima intensità per quella data durata. Facendo in questo modo è possibile elencare per una certa durata la precipitazione più gravosa osservata e disporre in ordine decrescente gli altri eventi piovosi. Eseguendo la stessa elaborazione per le diverse durate è possibile trovare i valori più alti per ogni durata; questi valori, interpolati con una funzione analitica o una curva regolare, identificano il cosiddetto primo caso critico. La curva che unisce invece i dati relativi al secondo evento più gravoso viene chiamata curva di secondo caso critico. Il primo caso critico viene così ad assumere un significato di evento con tempo di ritorno vicino alla durata degli anni di osservazione. Ad esempio se il primo caso critico è ricavato elaborando i dati di 20 anni di osservazione, è naturale attribuire al valore più elevato per una data durata un tempo di ritorno vicino a 20 anni.

Nella figura 3-7 è visualizzata una elaborazione relativa a 20 anni di osservazione delle precipitazioni di breve in durata e forte intensità nella città di Milano. Si osserva che i dati di uno stesso caso critico mostrano un andamento crescente delle altezze di pioggia e in funzione della durata (Figura 3-7 a). Se si analizzano i dati, anziché in funzione della altezza di pioggia, in termini di intensità di pioggia (Figura 3-7 b), si ottengono curve che hanno un andamento decrescente con l'aumentare della durata all'interno di un medesimo caso critico. E' chiaro quindi che intensità elevate vengono osservate per durate brevi, cioè, restando all'interno dello stesso caso critico, le intensità diminuiscono col perdurare della precipitazione.

Il ricorso al concetto di caso critico, anche se di pratica immediatezza, comporta diversi inconvenienti; infatti i risultati che si ottengono sono molto legati al numero di anni di osservazione o addirittura ai particolari anni osservati: infatti, includere nella serie degli anni di osservazione un evento particolarmente gravoso può modificare pesantemente i corrispondenti casi critici dedotti dall'analisi inducendo il progettista a ritenere frequente un evento molto raro. La probabilità di un evento appartenente ad un certo caso critico è comunque solo approssimativamente determinata. Per questo motivo l'elaborazione mediante casi critici è stata abbandonata a vantaggio di una descrizione probabilistica che presenta diversi punti a favore anche se la teoria alla base può risultare concettualmente più impegnativa.

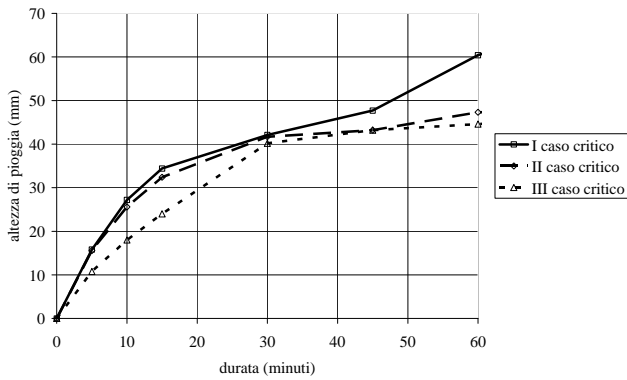


Figura 3-7a Casi critici dedotti dalle registrazioni pluviografiche di Milano (Monviso) negli anni dal 1971 al 1987 in termini di altezza di pioggia-durata.

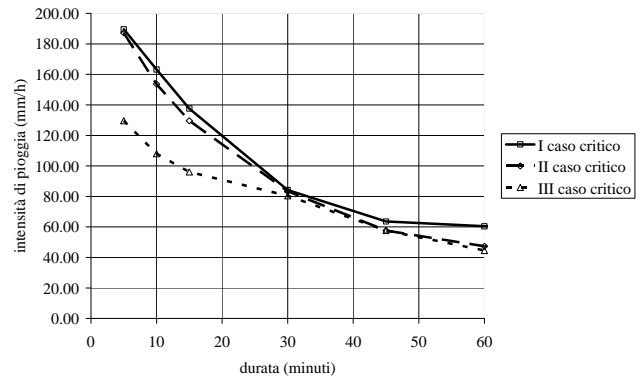


Figura 3-8a Casi critici dedotti dalle registrazioni pluviografiche di Milano (Monviso) negli anni dal 1971 al 1987 in termini di intensità di pioggia-durata.

3.3 Descrizione probabilistica

La funzione di probabilità è una funzione che si propone di quantificare mediante un numero la possibilità o meno che un certo evento si realizzi. Dire ad esempio che un evento ha probabilità 0 corrisponde ad affermare che l'evento è impossibile; dire invece che un evento ha probabilità 1 corrisponde ad affermare che l'evento è certo. La funzione di probabilità ha quindi valori che sono compresi tra 0 e 1.

Se l'evento del quale si vuole esaminare la possibilità di verifica riguarda invece il valore che può assumere una certa variabile allora la funzione di probabilità va definita in maniera un po' diversa. E' chiaro che il valore della variabile non è certo (variabile deterministica) ma è incerto per effetto di elementi di imprevedibilità e casualità (variabile aleatoria). Se la variabile di interesse, che indichiamo come x , può assumere valori compresi tra $-\infty$ e $+\infty$ il valore della funzione $P(\bar{x})$ descrive la probabilità che il valore di \bar{x} sia compreso tra $-\infty$ ed \bar{x} , cioè che il valore di \bar{x} non sia superato. Per questo, tale funzione è indicata come probabilità di non superamento.

È anche utile la probabilità di superamento $P'(\bar{x})$ cioè la quantificazione dell'eventualità che la variabile superi un determinato valore; risulta ovviamente:

$$P'(\bar{x}) = 1 - P(\bar{x})$$

Se variabile ha una presentazione annuale, quale il massimo annuo di una variabile idrologica, ad esempio la più elevata portata fluviale in un anno, allora è possibile legare la probabilità di superamento al cosiddetto tempo di ritorno. Il **tempo di ritorno** T di un valore \bar{x} è il tempo medio che intercorre tra il verificarsi di due successivi eventi per cui il valore \bar{x} è raggiunto o superato.

Ad esempio una variabile che ha tempo di ritorno pari a dieci anni sarà mediamente superata una volta ogni dieci anni, cioè ha una probabilità di superamento di uno su dieci. Si deduce quindi facilmente il legame tra il tempo di ritorno T e la probabilità della variabile P secondo le relazioni riportate di seguito.

$$T(\bar{x}) = \frac{1}{P'(\bar{x})} = \frac{1}{1 - P(\bar{x})} \quad P(\bar{x}) = 1 - \frac{1}{T(\bar{x})} = \frac{T(\bar{x}) - 1}{T(\bar{x})} \quad (3.3)$$

Oltre alla funzione di probabilità è molto utile un'altra funzione denominata densità di probabilità $p(\bar{x})$. In questo caso l'espressione

$$p(\bar{x}) \cdot dx \quad (3.4)$$

Tabella 3.1 Corrispondenza Tempo di ritorno T – probabilità cumulata P

T (anni)	P
2	0,5
5	0,8
10	0,90
100	0,990
1000	0,9990

indica la probabilità che la variabile (\bar{x}) sia compresa tra il valore (\bar{x}) ed il valore (\bar{x})+dx. L'integrale della funzione di densità di probabilità tra $-\infty$ e x corrisponde alla funzione di probabilità del valore x :

$$P(\bar{x}) = \int_{-\infty}^{\bar{x}} p(x) \cdot dx \quad (3.5)$$

Per questo $P(x)$ è detta anche funzione di probabilità cumulata.

Nella Tabella 3.1 sono riportati alcuni valori notevoli di Tempo di ritorno e Probabilità cumulata.

Identificare la struttura probabilistica della variabile di interesse permette di determinare la probabilità di superamento di un determinato valore e quindi il suo tempo di ritorno, oppure, noto il tempo di ritorno di interesse, determinare il valore della variabile corrispondente.

Queste analisi sono state fatte negli anni passati dai ricercatori interessati alle variabili idrologiche e si è visto che molto frequentemente i massimi annuali delle precipitazioni e delle portate fluviali hanno una struttura probabilistica ben approssimata dalla cosiddetta legge di Gumbel che ha come funzione di probabilità la relazione:

$$P(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (3.6)$$

E per la densità di probabilità invece:

$$p(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)} - \alpha(x-u)} \quad (3.7)$$

Ognuna delle due espressioni definisce la cosiddetta distribuzione di Gumbel.

Nelle Figure 3-8 e 3-9 sono riportati gli andamenti di tali funzioni per la variabile normalizzata (riportata cioè a media nulla e varianza unitaria).

Solo per notare la differenza si osservino i grafici in Figura 3-10 e 3-11 che riportano invece probabilità e densità di probabilità per la funzione normale (detta anche funzione di errore) che ha le seguenti espressioni delle funzioni probabilistiche:

$$P(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad p(x) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.8)$$

Analizzando in particolare la densità di probabilità si può osservare la perfetta simmetria della funzione normale in contrasto con la funzione di Gumbel che è marcatamente asimmetrica.

In qualche caso si è visto che la distribuzione Log-normale interpreta bene alcune variabili idrologiche; si dice che la variabile segue la distribuzione Log-normale se il Logaritmo della variabile segue la distribuzione normale.

Per verificare l'adattamento o meno di una distribuzione di probabilità ad una variabile idrologica, vengono eseguite delle verifiche indicate in generale come Test statistici (che in questa sede non vengono trattati; si rimanda al corso di Idrologia).

Tornando alla distribuzione di Gumbel, i parametri che compaiono nella (3.6) e (3.7) sono così definiti:

$$\alpha = \frac{1,28}{\sigma} \quad u = \mu - 0,45 \cdot \sigma \quad (3.9)$$

dove σ e μ indicano, rispettivamente, la deviazione standard e la media della variabile aleatoria.

Nel caso consueto in cui si abbia solo un campione dei dati della popolazione si procede alla stima della media e della deviazione standard effettuando semplici elaborazioni numeriche. Per la media infatti si ipotizza che essa venga a coincidere con la media aritmetica dei dati secondo l'espressione:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (3.10)$$

In cui x_i è il generico dato e N è il numero complessivo dei dati.

La deviazione standard viene stimata in base alla definizione di varianza indistorta:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N - 1} \quad (3.11)$$

Infatti si dimostra che la relazione più intuitiva:

$$\sigma_{\text{distorta}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \quad (3.12)$$

porta ad una valutazione della deviazione standard che è distorta a causa della finitezza del campione.

Si ha, in definitiva che la deviazione standard può essere valutata come:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N - 1}} \quad (3.13)$$

L'espressione che permette di valutare il tempo di ritorno $T(\bar{X})$ di un particolare valore \bar{X} della variabile aleatoria si ottiene a partire dalla 3.6:

$$P(\bar{x}) = e^{-e^{-\alpha(\bar{x}-u)}} \quad (3.14)$$

Considerato che

$$T = \frac{1}{1-P} \quad \text{e} \quad \text{infine} \quad T(\bar{x}) = \frac{1}{1 - e^{-e^{-\alpha(\bar{x}-u)}}} \quad (3.15)$$

Inversamente il valore \bar{x} che ha un tempo di ritorno assegnato T può essere ottenuto con semplici passaggi invertendo la relazione (3.6). Si ha cioè:

$$P(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad \text{ma} \quad P = 1 - \frac{1}{T} = \frac{T-1}{T} \quad \text{quindi} \quad \frac{T-1}{T} = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (3.16)$$

Passando ai logaritmi naturali una prima volta:

$$\ln\left(\frac{T-1}{T}\right) = -e^{-\alpha(x-u)} \quad (3.17)$$

Una seconda volta:

$$\ln\left(-\ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right) = -\alpha(x-u); \quad \frac{\ln\left(-\ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right)}{-\alpha} = x-u \quad (3.18)$$

E infine:

$$\bar{x} = u - \frac{\ln\left(-\ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right)}{\alpha} \quad (3.19)$$

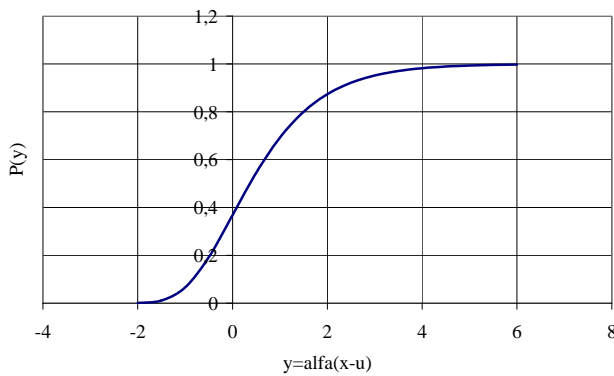


Figura 3-9 Funzione di probabilità cumulata di Gumbel

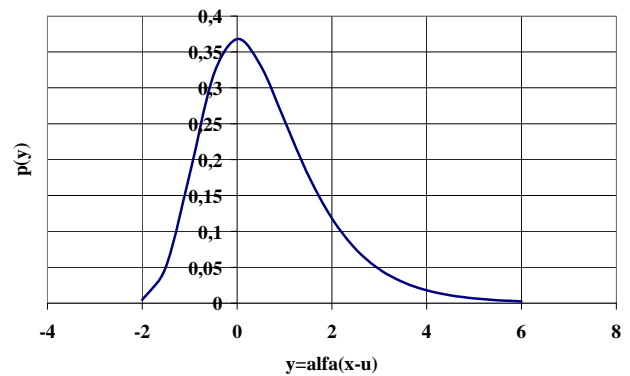


Figura 3-10 Funzione di densità di probabilità di Gumbel

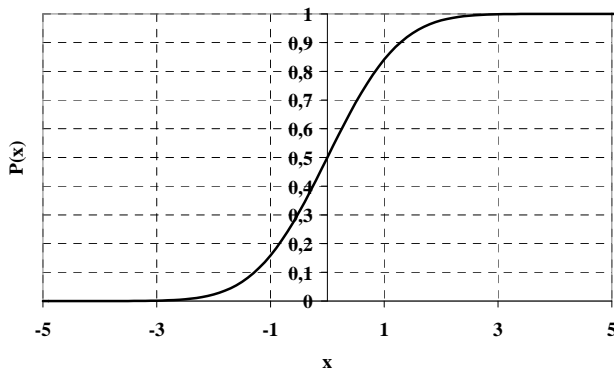


Figura 3-10 Funzione di probabilità cumulata normale

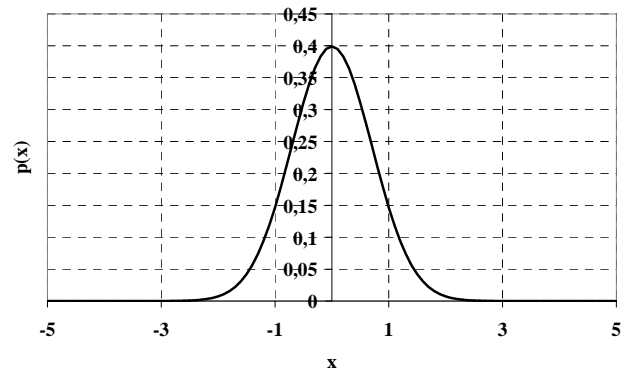


Figura 3-11 Funzione di densità di probabilità normale

3.4 Curve di possibilità pluviometrica o climatica.

La descrizione probabilistica delle piogge intense si concretizza definendo le cosiddette **curve di possibilità**

pluviometrica (in breve cpp) o climatica e dette anche linee segnalatrici di possibilità pluviometrica (lspp); esse consistono in equazioni o grafici che quantificano, per assegnato tempo di ritorno, l'altezza di pioggia che si verifica in una stazione pluviometrica a seguito di una precipitazione di assegnata durata.

La relazione matematica può avere diverse forme, ma in Italia, per comodità, si preferisce l'equazione monomia seguente:

$$h = a \theta^n \quad (3.20)$$

In cui h è l'altezza di pioggia in mm, θ è la durata della precipitazione espressa in ore e a (mm/oraⁿ) ed n (-) sono parametri che dipendono in diversa misura dal tempo di ritorno T e dal regime pluviometrico locale.

In alternativa si fornisce un'informazione equivalente in termini di intensità media di precipitazione che, come è noto (eq. 3.1), si ottiene dividendo l'altezza di pioggia per la durata della precipitazione:

$$i = \frac{h}{\theta} = a \theta^{n-1} \quad (3.21)$$

i è l'intensità di precipitazione in (mm/ora).

Le curve di possibilità pluviometrica sono elaborate a partire dai dati registrati in passato. Esse sono elaborate interpretando i volumi di pioggia di data durata come una variabile casuale con distribuzione di probabilità di **Gumbel** (eq. 3.6) :

$$P(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (3.6)$$

in cui $P(x)$ è la probabilità di non superamento dell'evento x . Il valore della probabilità comunata può essere messo in relazione con il Tempo di ritorno T mediante le espressioni (3.3) che qui si riportano:

$$T = \frac{1}{1-P} \quad e \quad P = 1 - \frac{1}{T} \quad (3.3)$$

i parametri della distribuzione di Gumbel α e u possono essere calcolati in base ai valori di media μ e deviazione standard σ della popolazione (eq. 3.9):

$$\alpha = \frac{1.28}{\sigma} \quad e \quad u = \mu - 0.45 \cdot \sigma \quad (3.9)$$

Se si ammette che essi coincidano con i parametri di media e deviazione standard del campione storico a disposizione (almeno 30-35 anni), essi possono essere calcolati facilmente (si veda § 3.3).

L'adattamento del campione di dati alla distribuzione di Gumbel può essere verificato mediante appositi test statistici o, più semplicemente, confrontando i valori di frequenza sperimentale $F(x)$ (o frequenza campionaria) dei dati con i valori $P(x)$ previsti dalla relazione (3.6). Il valore di frequenza sperimentale può essere stimato mediante il calcolo della cosiddetta "plotting position"; si adottano tradizionalmente due espressioni:

$$\text{tradizionale: } F(x) = \frac{i}{N+1} \quad i = \text{posizione di } x \text{ nella serie di dati ordinata in senso crescente}$$

$$\text{Gringorten: } F(x) = \frac{i-0.44}{N+0.12} \quad \text{ritenuta più adeguata per dati con distribuzione di Gumbel (N=numero complessivo di dati).}$$

Ammettendo che il campione di dati rispetti la distribuzione di Gumbel, è immediato valutare l'altezza di pioggia $h(\theta_1, T_1)$ che ci si può aspettare a seguito di una pioggia di durata θ_1 per un tempo di ritorno pari a T_1 ; indicando con α_1 e u_1 i parametri della distribuzione di Gumbel calcolati per la durata θ_1 :

$$\alpha_1 = \frac{1.28}{\sigma_1} \quad e \quad u_1 = \mu_1 - 0.45 \cdot \sigma_1$$

In cui μ_1 e σ_1 sono rispettivamente i valori di media e deviazione standard delle altezze di pioggia con durata θ_1 . Invertendo la (3.6) in cui si inserisce la seconda delle (3.3) e considerando che la variabile x della (3.6) coincide con la altezza di pioggia $h(\theta_1, T_1)$, risulta:

$$h(\theta_1, T) = u_1 - \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T_1}\right)\right)}{\alpha_1} \quad (3.22)$$

Calcolo del tutto analogo può essere svolto per le diverse durate, $\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_i$.

Dato che, nella pratica, possono interessare anche le piogge di durata intermedia tra quelle calcolate, si deve elaborare una relazione (curva di possibilità pluviometrica) che deve fornire con continuità i valori di altezza di pioggia per le generiche durate ed assegnato tempo di ritorno T_1 .

3.4.1 Elaborazione tradizionale delle curve di possibilità pluviometriche

Nella elaborazione più classica delle curve di possibilità pluviometriche si determinano, separatamente per ciascuna

durata, i valori delle altezze di pioggia prevedibili per un assegnato tempo di ritorno. Poi tali altezze trasferite sul piano cartesiano (Figura 3-12) durata-altezza di pioggia vengono interpolate con una curva monomia in modo da ricavare i parametri a ed n (in questo caso a_1 e n_1 perché ottenuti in base al tempo di ritorno T_1) della relazione (3.20).

Spesso, per agevolare l'operazione di interpolazione, si passa al piano bilogarithmico in cui la (3.20) diventa una retta; i punti possono quindi essere elaborati con una regressione lineare in modo da determinare i parametri a ed n di interesse con il criterio dei minimi quadrati (Figura 3-13).

Le elaborazioni possono essere ripetute per gli altri tempi di ritorno di interesse (T_2, T_3, \dots); normalmente per le fognature si considerano Tempi di ritorno modesti, da 2 al più 20 anni in quanto sarebbe antieconomico dimensionare la fognature per eventi più rari (ad esempio 50, 100 o 200 anni che vengono utilizzati invece per la difesa dalle piene fluviali).

Si ottengono in corrispondenza valori differenti di a_2, a_3, \dots ed n_2, n_3, \dots . I valori di a_1, a_2, \dots rappresentano le altezze di pioggia per durata unitaria (1 ora); essi sono molto diversi tra di loro e sempre crescenti con il tempo di ritorno. I valori di n_1, n_2, \dots sono invece, comunemente, poco diversi tra di loro ma la loro diversità può implicare una situazione di errore in quanto, per durate superiori a quelle di intersezione tra le curve, si avrebbero per Tempi di ritorno superiori altezze di pioggia minori (Figura 3-14).

Per evitare questa incongruenza statistica si uniformano i valori di n procedendo o empiricamente (ponendo cioè dei vincoli matematici nella regressione) oppure ricorrendo all'ipotesi concettuale di invarianza di scala che è sotto esposta.

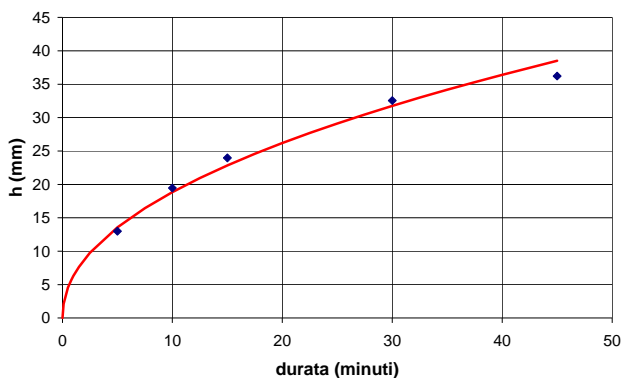


Figura 3-12 Interpolazione delle cpp su piano cartesiano lineare.

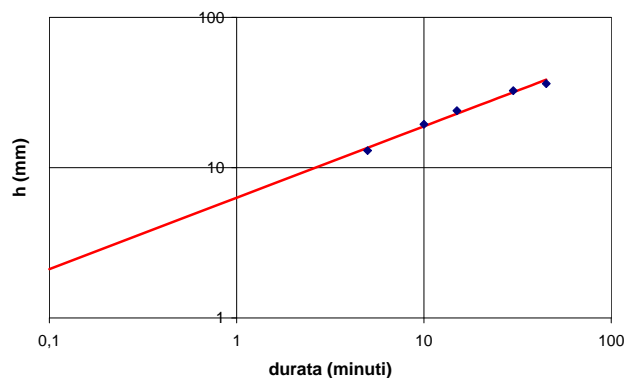


Figura 3-13 Interpolazione delle cpp su piano cartesiano doppio logaritmico.

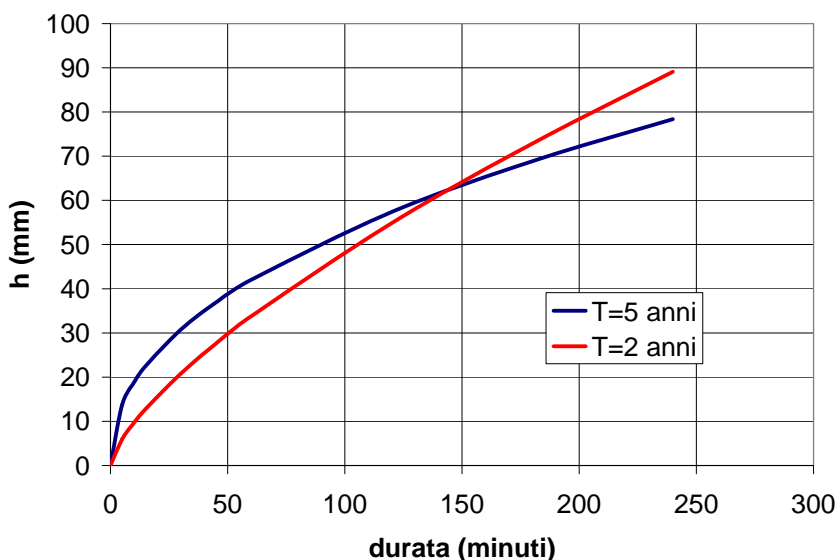


Figura 3-14 Esempio di incongruenza delle cpp dovuta a diverso esponente n : intersezione delle curve per diverso tempo di ritorno.

3.4.2 Elaborazione delle curve di possibilità pluviometriche mediante l'ipotesi di invarianza di scala

L'ipotesi di invarianza di scala consiste a rigore nell'affermare che la distribuzione di probabilità per le diverse durate è la medesima a meno di un fattore di scala pari al rapporto tra le durate elevato ad n (relazione di scala), in cui n è l'esponente (unico) della curva di possibilità pluviometrica.

Più comunemente si parla di invarianza di scala debole quando la relazione di scala vale per i parametri della distribuzione. Per esempio per le precipitazioni corrispondenti alle due durate θ_1 e θ_2 , ciascuna delle quali rispetta la distribuzione di Gumbel, c'è invarianza di scala debole se risulta:

$$\frac{u_1}{u_2} = \left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)^n \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \left(\frac{\theta_2}{\theta_1}\right)^n \quad (3.23)$$

La condizione che garantisce l'esistenza dell'invarianza di scala debole è che il coefficiente di variazione sia invariabile con la durata di pioggia; si ricorda che il coefficiente di variazione V è:

$$V = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.24)$$

Si ha infatti:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\mu_1 - 0,45 \cdot \sigma_1}{\mu_2 - 0,45 \cdot \sigma_2} = \frac{\mu_1 \left(1 - 0,45 \frac{\sigma_1}{\mu_1}\right)}{\mu_2 \left(1 - 0,45 \frac{\sigma_2}{\mu_2}\right)} \quad (3.25)$$

Se risulta:

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\mu_1} = V_2 = \frac{\sigma_2}{\mu_2} \quad (3.26)$$

Si ottiene:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\mu_1 (1 - 0,45 \cdot V_1)}{\mu_2 (1 - 0,45 \cdot V_2)} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (3.27)$$

Si dimostra ora come la (3.27) coincida con la prima delle (3.23); ricordando la (3.22) per la generica durata θ e tempo di ritorno T si ha:

$$h(\theta, T) = u - \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)}{\alpha} = \mu - 0,45 \cdot \sigma - \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)}{\frac{1,28}{\sigma}} \quad (3.28)$$

Dopo aver introdotto le definizioni (3.9) e svolgendo qualche passaggio risulta:

$$h(\theta, T) = \mu \left[1 - 0,45 \frac{\sigma}{\mu} - \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)}{\frac{1,28}{\sigma} \mu} \right] = \mu \left[1 - 0,45 \cdot V - \frac{V}{1,28} \cdot \ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right) \right] = \mu \left[1 - V \left(0,45 + \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)}{1,28} \right) \right] \quad (3.29)$$

L'espressione tra parentesi tonde in (3.29) rappresenta un fattore dipendente dal tempo di ritorno e dalla distribuzione di probabilità del campione; essa viene sinteticamente definita come fattore di frequenza $k(T)$

$$k(T) = 0,45 + \frac{\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)}{1,28} \quad (3.30)$$

Si può quindi riscrivere la (3.29) come:

$$h(\theta, T) = \mu \cdot [1 - V \cdot k(T)] \quad (3.31)$$

In cui μ , essendo la media delle precipitazioni di data durata, dipende solo da θ e l'espressione tra parentesi quadre dipende solo dal tempo di ritorno e da V (che è stato considerato costante).

Risulta però che $h(\theta, T)$ è (per definizione di curva di possibilità pluviometrica):

$$h(\theta, T) = a(T) \cdot \theta^n \quad (3.20)$$

Per il generico tempo di ritorno T e per la specifica durata θ_1 si ha uguagliando le (3.31) e (3.20):

$$\mu_1 = \frac{a(T)}{1 - V \cdot k(T)} \cdot \theta_1^n = c \cdot \theta_1^n \quad (3.32)$$

Analoga relazione può ottenersi per un'altra durata θ_2 :

$$\mu_2 = \frac{a(T)}{1 - V \cdot k(T)} \cdot \theta_2^n = c \cdot \theta_2^n \quad (3.33)$$

Rapportando μ_1 e μ_2 si ottiene la prima delle relazioni di invarianza di scala debole (3.23), come volevasi dimostrare.

In caso di validità di invarianza di scala vale quindi la relazione (3.32) per una generica durata:

$$\mu = \frac{a(T)}{1 - V \cdot k(T)} \cdot \theta^n = c \cdot \theta^n \quad (3.34)$$

In cui c è un parametro specifico della distribuzione della precipitazione che può essere utilizzato per il calcolo dei diversi valori di a variabili con il tempo di ritorno T secondo la relazione ottenuta dalla (3.34):

$$a(T) = c \cdot [1 - V \cdot k(T)] \quad (3.35)$$

Accettando l'ipotesi di invarianza di scala per la popolazione delle precipitazioni (e quindi **verificando come V risulti praticamente costante** per le diverse durate), la determinazione delle curve di possibilità climatica è demandata **alla determinazione dei parametri c ed n** e all'applicazione della espressione (3.35) per il **calcolo del coefficiente a** per i diversi tempi di ritorno per cui ha interesse il calcolo delle cpp.

La verifica del rispetto dell'ipotesi di invarianza di scala viene eseguita calcolando i valori dei diversi coefficienti di variazione per le durate a disposizione e controllando che essi risultino praticamente coincidenti. In genere tale circostanza non si verifica per l'intero campo di durate ma si distinguono due intervalli per durate inferiori e superiori ad 1 ora. All'interno del campo si utilizza quindi un valore medio calcolato come:

$$V = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k V_j^2} \quad (k \text{ sono le durate a disposizione}) \quad (3.36)$$

Determinazione di c ed n

i parametri c ed n possono essere stimati interpolando i punti sperimentali (durate di precipitazione varie θ_1 e conseguenti valori medi di altezze di pioggia μ_1) con l'espressione monomia (3.34); questo può essere fatto molto rapidamente con una regressione lineare da eseguire in scala doppio logaritmica dove la (3.34) prende un andamento lineare; il valore dell'intercetta Y_0 con l'ordinata viene utilizzato per il calcolo di c ($c = e^{Y_0}$ oppure $c = 10^{Y_0}$ utilizzando i logaritmi naturali oppure decimali) e la pendenza della retta coincide con l'esponente n.

Determinazione dei coefficienti a

Fissati i valori di Tempo di ritorno di interesse per ognuno di questi si determina il valore del fattore di frequenza k(T) con l'equazione (3.30); è poi immediato il calcolo dei diversi coefficiente a(T) con l'espressione (3.35).

A titolo di esempio si riporta la Figura 3-15 nella quale sono riportate le curve di possibilità pluviometrica dedotte con i due metodi tradizionale e dell'invarianza di scala per le precipitazioni registrate ai pluviografi di Milano Monviso negli anni 1971-1987. **Le cpp (o lssp) rappresentano il sostituto moderno e fondato statisticamente delle curve dei casi critici** prima visualizzate in Fig. 3-7.

Se è verificata l'invarianza di scala, è particolarmente semplice determinare il tempo di ritorno T* di una precipitazione di determinata durata θ^* nella quale si è totalizzata l'altezza di pioggia h* una volta che siano noti i parametri V, c ed n. Si ha infatti, invertendo la (3.20) che:

$$a(T^*) = \frac{h^*}{\theta^{*n}} \quad (3.37)$$

Dalla (3.35) si ricava preliminarmente il valore del fattore di frequenza relativo al tempo di ritorno T* incognito:

$$k(T^*) = \frac{1}{V} \left(1 - \frac{a(T^*)}{V} \right) \quad (3.38)$$

E infine dall'inversione della (3.30) si ricava T*:

$$T^* = \frac{1}{1 - e^{-1,28(k(T^*)-0,45)}} \quad (3.39)$$

3.5 Raggiungimento all'area della precipitazione osservate o previste in una stazione

Nelle procedure di calcolo della piena conseguente ad un evento meteorico si ipotizza un certo valore di precipitazione sull'area del bacino. Tale valore viene stabilito a partire dalle osservazioni effettuate in un punto di osservazione (stazione pluviometrica); sarebbe errato ipotizzare che la precipitazione osservata (o prevista) in un punto si verifichi contemporaneamente su tutta l'area del bacino con la medesima intensità; è infatti plausibile che esistano delle naturali

differenze spaziali nell'intensità dell'evento che conducono ad un volume di pioggia caduto sul bacino minore del volume calcolato moltiplicando l'altezza di pioggia puntuale per l'intera area del bacino.

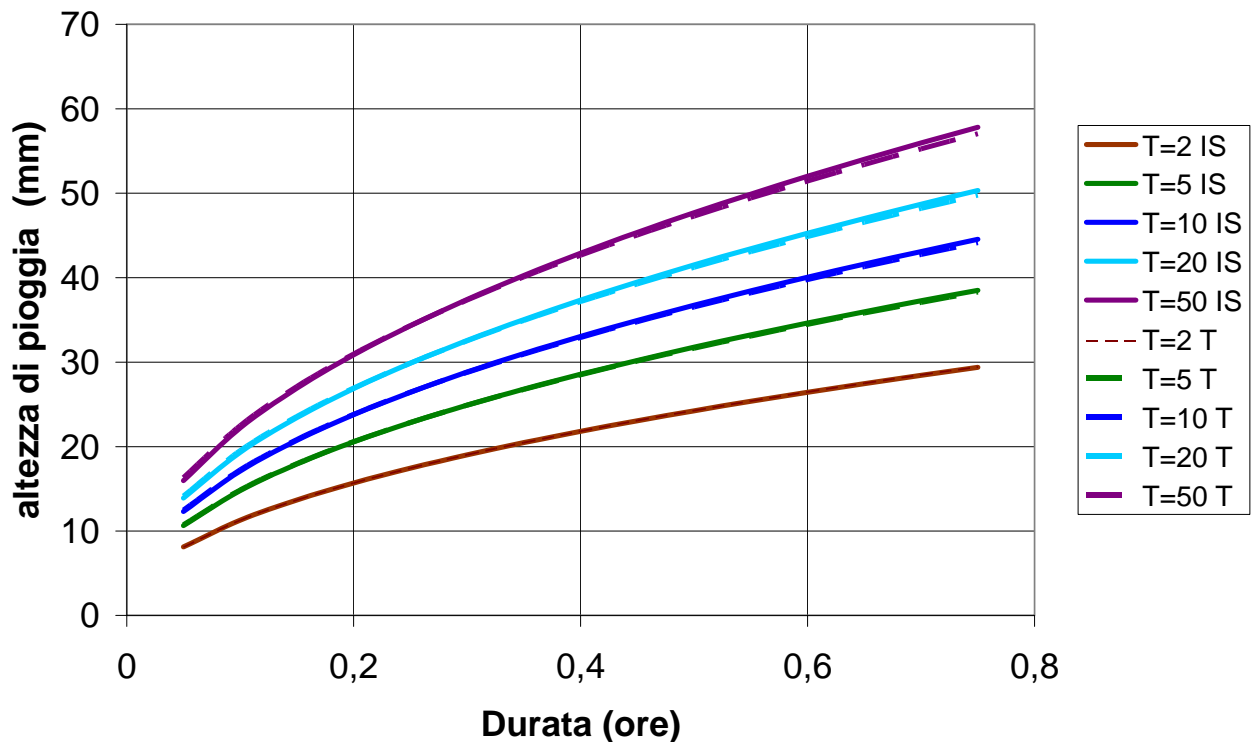


Figura 3-15 Cpp ottenute con il metodo dell'invarianza di scala (IS) e tradizionale (T) elaborate a partire dalle registrazioni pluviografiche di Milano (Monviso) negli anni dal 1971 al 1987.

Il procedimento che valuta il volume di pioggia che complessivamente cade nell'intero bacino è chiamato **ragguaglio all'area della precipitazione**; i metodi utilizzati partono dall'indagine sperimentale su bacini densamente strumentati e conducono a formulazioni che riducono il volume di pioggia sull'area di una quantità dipendente dalla superficie del bacino. Anche se i risultati indicano un ragguaglio di entità trascurabile per bacini con superfici inferiori a 100 ha, e quindi la maggior parte dei bacini urbani di interesse per le fognature sono ampiamente sotto questo limite, si riportano le due principali metodiche utilizzate in Italia ed applicate per lo più ai bacini rurali.

Formula di Moisello e Papiri (1986):

$$r = 1 - e^{-2.472 \cdot S^{-0.242} \cdot \theta^{0.6 - e^{-0.643 \cdot S^{0.235}}}} \tag{3.40}$$

In cui l'area S è in km² e la durata θ è in ore. Il fattore di ragguaglio r è definito come:

$$r = \frac{h_S(\theta, T)}{h(\theta, T)} \tag{3.41}$$

Con h_S l'altezza di pioggia costante sulla superficie del bacino di estensione S.

Formule di Columbo (1960)

Esse sono state sviluppate nell'ambito dello studio delle precipitazioni intense nella città di Milano; l'impostazione è differente dal precedente metodo di ragguaglio; in questo metodo si apporta la correzione ai parametri a ed n delle curve di possibilità pluviometrica. I nuovi parametri a' ed n' sono dati dalle seguenti espressioni:

$$a' = a \cdot [1 - 0.006 \cdot (S/100)^{0.4}] \tag{3.42}$$

$$n' = n + 0.003 \cdot (S/100)^{0.6} \tag{3.43}$$

S è la superficie del bacino espressa in ha; la formula va applicata per S > 100 ha.

3.6 Stima della pioggia netta

Negli studi per le piene fluviali si utilizzano procedure anche molto raffinate per la valutazione della quantità di pioggia

che effettivamente affluisce alla rete idrografica.

Nel caso delle fognature si utilizza il più semplice **metodo percentuale** con un **coefficiente di afflusso φ** che si considera costante nel corso dell'evento meteorico:

$$\varphi = \frac{h_{\text{netta}}}{h_{\text{totale}}} \quad (3.44)$$

La valutazione del coefficiente di afflusso viene eseguito, secondo le attuali tendenze dell'idrologia urbana, con la relazione:

$$\varphi = \varphi_{\text{imp}} \cdot \text{IMP} + \varphi_{\text{perm}}(1 - \text{IMP}) \quad (3.45)$$

IMP (minore o al più uguale a 1) è la percentuale di area impermeabile del bacino che è funzione della copertura superficiale del suolo (Tab. 2.3, da Becciu e Paoletti, 2005).

φ_{imp} e φ_{perm} sono coefficienti riconosciuti variabili con il Tempo di ritorno ; la Tab. 3.3 (da Becciu e Paoletti, 2005) può essere usata per una valutazione di essi.

Se un bacino è composto da più sottobacini con caratteristiche di impermeabilità variabile, il valore complessivo del coefficiente di afflusso può essere valutato mediante una media pesata dei coefficienti relativi alle diverse aree:

$$\varphi_{\text{tot}} = \frac{\sum_{i=1}^N S_i \varphi_i}{\sum_{i=1}^N S_i} \quad (3.46)$$

con N il numero di sottobacini che compongono il bacino in questione.

Tabella 3.2 - Valori del coefficiente di impermeabilità per aree urbane (da Becciu e Paoletti, 2005)

Tipologia urbanistica	Coefficiente di impermeabilità IMP
Commerciale	
centro	0.70 ÷ 0.95
periferia	0.50 ÷ 0.70
Residenziale	
unità monofamiliari	0.30 ÷ 0.50
unità plurifamiliari isolate	0.40 ÷ 0.60
unità plurifamiliari contigue	0.60 ÷ 0.75
edifici per appartamenti	0.50 ÷ 0.70
extra urbana	0.25 ÷ 0.40
Industriale	
industria pesante	0.50 ÷ 0.80
industria leggera	0.60 ÷ 0.90
Parchi, cimiteri	0.00 ÷ 0.35
Parchi giochi	0.20 ÷ 0.35
Aree ferroviarie	0.20 ÷ 0.35
Non urbanizzate	0.00 ÷ 0.30

Tabella 3.3- Valori dei coefficienti di afflusso per le aree impermeabili e permeabili (da Becciu e Paoletti, 2005).

Tempo di ritorno (anni)	φ_{IMP}	φ_{PERM}
≤ 2	0.60 ÷ 0.75	0.00 ÷ 0.15
2 ÷ 10	0.65 ÷ 0.80	0.10 ÷ 0.25
>10	0.70 ÷ 0.90	0.15 ÷ 0.30

4 Modellazione afflussi-deflussi

La modellazione afflussi-deflussi si propone di interpretare e riprodurre i fenomeni fisici che determinano la formazione del deflusso nei canali fognari mediante schematizzazioni concettuali ed equazioni matematiche. L'impostazione che viene normalmente accettata utilizza modelli lineari e stazionari.

La proprietà di linearità viene definita nella maniera di seguito esposta. Si ipotizzi che nel bacino schematizzabile con un modello afflussi-deflussi lineare e stazionario si verifichi una precipitazione meteorica netta di andamento definito come $p_1(t)$ che provochi nella sezione di chiusura del bacino una onda di piena con andamento $q_1(t)$. Si consideri poi un'altra precipitazione netta di andamento temporale $p_2(t)$ tale che:

$$\frac{p_2(t)}{p_1(t)} = K_1 \quad (4.1)$$

Risulterà per la proprietà di linearità del bacino che:

$$\frac{q_2(t)}{q_1(t)} = K_1 \quad (4.2)$$

E ancora, considerati altri due eventi meteorici con andamento di pioggia netta p_3 e p_4 che producono le onde di piena q_3 e q_4 si avrà che per l'evento:

$$p_5(t) = p_3(t) + p_4(t) \quad (4.3)$$

Si avrà che:

$$q_5(t) = q_3(t) + q_4(t) \quad (4.4)$$

La proprietà di stazionarietà comporta che le caratteristiche del processo di trasformazione restino costanti durante l'evento e nelle varie stagioni.

Nei modelli lineari e stazionari sussiste la seguente relazione fondamentale, detta integrale di convoluzione (Fig.4-1):

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau \quad (4.5)$$

che lega l'onda di piena originata nel bacino $q(t)$ alla pioggia netta $p(\tau)$ attraverso una funzione $u(t-\tau)$ detta Idrogramma Unitario Istantaneo (in breve IUH dall'inglese Instantaneous Unit Hydrograph).

La (4.5) può essere scritta in una forma diversa ma a volte più vantaggiosa dal punto di vista delle elaborazioni analitiche; tale forma alternativa si ottiene attraverso un cambiamento di variabile:

$$\sigma = t - \tau; \quad \tau = t - \sigma; \quad d\tau = -d\sigma; \quad \text{per } \tau = 0 \rightarrow \sigma = t; \quad \text{per } \tau = t \rightarrow \sigma = 0$$

Si ha perciò:

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau = \int_t^0 p(t-\sigma) \cdot u(\sigma) \cdot (-d\sigma) = \int_0^t p(t-\sigma) \cdot u(\sigma) \cdot d\sigma \quad (4.6)$$

Che riprendendo il simbolo τ per la variabile di integrazione diventa:

$$q(t) = \int_0^t p(t-\tau) \cdot u(\tau) \cdot d\tau \quad (4.7)$$

L'IUH è una funzione che ha dimensione pari all'inverso del tempo e che rappresenta la risposta di un bacino ad una precipitazione di tipo impulsivo unitario, cioè brevissima e con intensità infinita e volume unitario.

Per descrivere l'impulso di pioggia (pioggia netta) viene utilizzata la funzione matematica di Dirac indicata in generale come $\delta(t)$. Essa gode delle seguenti proprietà:

$$\delta(t)=\infty \text{ per } t=0; \quad \delta(t)=0 \text{ per } t \neq 0; \quad \delta(t) \cdot dt = 1$$

Per le proprietà della funzione di Dirac risulta poi:

$$\int_0^t f(t-\tau) \cdot \delta(\tau) \cdot d\tau = f(t) \cdot \delta(0) \cdot d\tau = f(t) \cdot 1 \quad (4.8)$$

L'IUH rappresenta la risposta di un bacino ad una precipitazione di tipo impulsivo unitario dato che, ponendo $p=\delta$, si ha:

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^t \delta(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau = u(t) \cdot \delta(0) \cdot d\tau = u(t) \cdot 1 \quad (4.9)$$

L'IUH ha integrale (area nel piano u-t) unitario; infatti, dato che la (4.9) ha integrale unitario (essendo prodotta da una pioggia di volume unitario) risulta che:

$$\int_0^\infty q(\tau) \cdot d\tau = \delta(0) \cdot d\tau = 1 = \int_0^\infty u(\tau) \cdot d\tau \quad (4.10)$$

La funzione IUH può avere andamenti differenti ed è interessante studiare l'onda prodotta in risposta ad una precipitazione netta costante e di durata infinita. Di particolare importanza è la circostanza che l'IUH abbia tempo di base finito o meno.

L'IUH ha tempo di base finito se esso si azzera in corrispondenza di un tempo finito T_0 . Tale tempo è indicato spesso come tempo di corruzione o di concentrazione.

Se si indica con \bar{p} la portata di pioggia netta costante ($\bar{p} = \varphi \cdot S \cdot i$) e indefinita nel tempo si può calcolare mediante l'integrale di convoluzione (4.7) l'onda di piena prodotta (Fig. 4-2); l'integrazione va differenziata a seconda che la funzione IUH $u(\tau)$ sia diversa o uguale a zero:

$$\text{per } t < T_0 \quad q(t) = \int_0^t p(t-\tau) \cdot u(\tau) \cdot d\tau = \bar{p} \int_0^t u(\tau) \cdot d\tau \quad \text{funzione variabile crescente con } t \text{ (curva ad S)} \quad (4.11)$$

$$\text{per } t \geq T_0 \quad q(t) = \int_0^t p(t-\tau) \cdot u(\tau) \cdot d\tau = \bar{p} \int_0^{T_0} u(\tau) \cdot d\tau = \bar{p} \quad \text{valore costante e pari alla portata di pioggia.}$$

Dall'analisi della relazione (4.11) si deduce che è possibile individuare l'IUH rielaborando la risposta di un bacino ad una precipitazione costante e indefinita nel tempo. Risulta infatti che, derivando la (4.11):

$$u(t) = \frac{1}{\bar{p}} \frac{dq(t)}{dt} \quad (4.12)$$

con $q(t)$ la curva ad S della 4.11.

Se l'IUH ha tempo di base infinito (Figura 4-3) si ha invece:

$$q(t) = \int_0^t p(t-\tau) \cdot u(\tau) \cdot d\tau = \bar{p} \int_0^t u(\tau) \cdot d\tau = \bar{p} \cdot \varepsilon(t) \quad (4.13)$$

In cui $\varepsilon(t)$ indica l'area dell'IUH all'ascissa t . ε è detto anche coefficiente di laminazione; esso è sempre inferiore ad 1 e rappresenta il fattore di attenuazione (laminazione) che riesce ad esercitare il bacino che trattiene la massa idrica (fenomeno di invaso) rilasciandola molto lentamente: la portata in uscita non raggiungerà (se non ad un tempo ∞) il valore della portata di pioggia \bar{p} . La relazione (4.12) è naturalmente valida anche in questo caso.

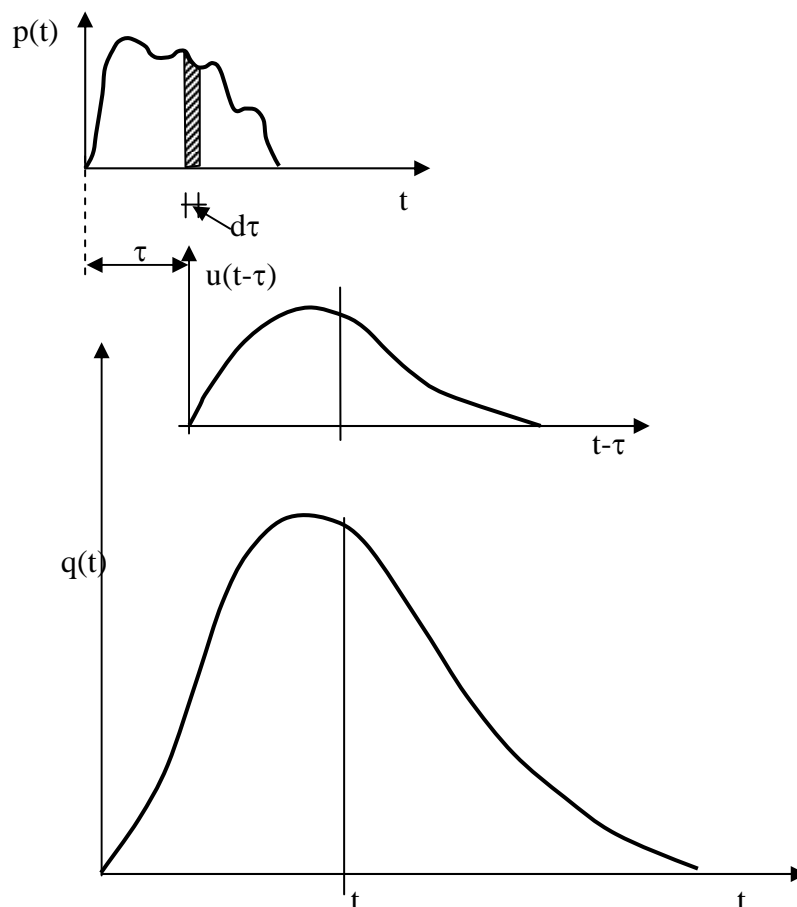


Figura 4-1 – Visualizzazione della procedura di convoluzione: $q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau$

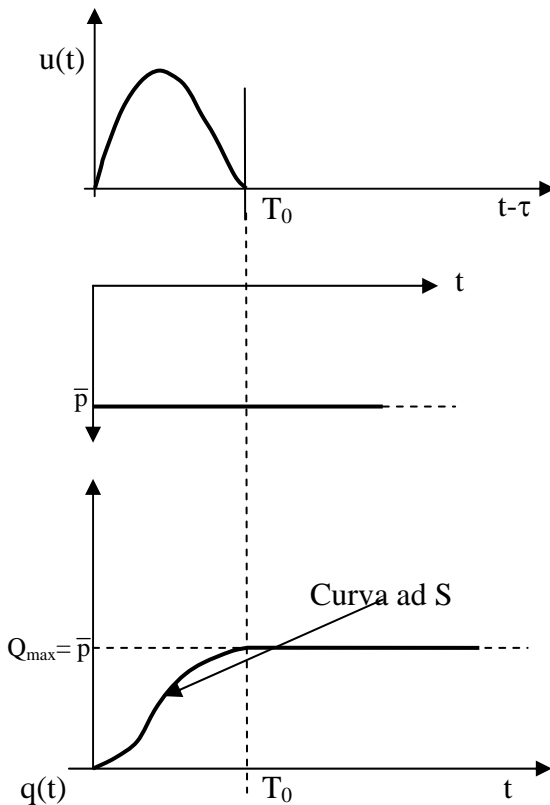


Figura 4-2 – Generazione della curva ad S con IUH di tempo di base finito.

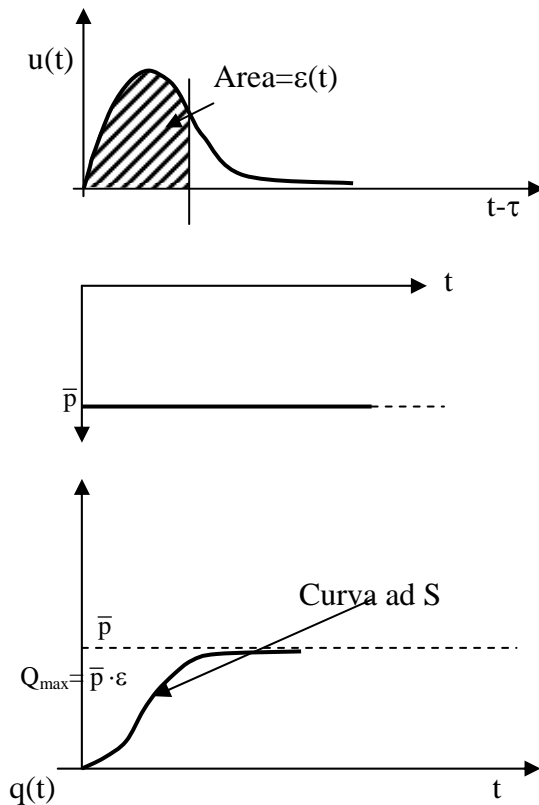


Figura 4-3 – Generazione della curva ad S con IUH di tempo di base infinito.

4.1 Modello di corrivazione o cinematico

Il metodo viene anche denominato metodo **aree-tempi** per la necessità di precisare i tempi di drenaggio delle porzioni di superficie del bacino.

Parametro fondamentale del metodo è il **tempo di corrivazione del bacino T_0** che è definito come il tempo necessario ad una particella d'acqua per raggiungere la sezione di chiusura del bacino lungo il percorso idraulicamente più lungo. Si ammette che esso non dipenda dall'evento o dalla stagione meteorologica.

Per precisare sia la **curva aree-tempi** che il tempo di corrivazione occorre tracciare nel bacino le cosiddette linee **isocorrive**. La linea isocorriva è il luogo dei punti che impiegano un uguale tempo a raggiungere la sezione di chiusura del bacino scorrendo lungo la rete idrografica di drenaggio. La linea isocorriva è quindi associata al relativo tempo di raggiungimento. Esaminando la figura 4-4, la linea indicata con $t=1h$ si interpreta come il luogo dei punti che delimita una superficie S_{1h} che la proprietà di convogliare le acque cadute su di essa alla sezione di chiusura in un tempo inferiore a uguale a 1 h. La curva aree-tempi è un diagramma che riporta in ascissa il tempo di raggiungimento della sezione di chiusura e in ordinata la funzione $S(t)$ dove $S(t)$ rappresenta l'area della curva sottesa dall'isocorriva associata al tempo t . L'asse dei tempi è riempito tra il tempo 0 e il tempo T_0 , tempo di corrivazione; in ordinata S varia tra 0 e S_{TOT} , la superficie totale del bacino.

La curva aree-tempi è riportata a volte in modo adimensionale, mettendo in ascissa il tempo dimensionale t/T_0 e in ordinata S/S_{TOT} . E' chiaro che in questo caso i valori in ascissa e ordinata variano tra 0 e 1.

E' possibile che l'andamento della funzione sia rettilineo e in questo caso si dice che la curva aree-tempi è lineare oppure è diverso dal lineare. Nella figura 4-5 è riportato un diagramma esemplificativo di curva aree tempi lineare e di due curve diverse dal lineare i cui bacini vengono definiti convergenti o divergenti. La forma corrispondente dei bacini è approssimativamente rettangolare nel caso lineare, triangolare con vertice nella sezione per il bacino convergente e triangolare con base nella sezione di chiusura per il bacino divergente (Figura 4-6).

Nel caso di bacini rurali è prassi comune far coincidere le isocorrive con alcune isoipse facilmente identificabili sulle carte topografiche; il tempo di corrivazione viene invece determinato da formule empiriche (quali ad esempio la nota formula di Giandotti) che valuta tale grandezza sulla base di parametri complessivi del bacino (area complessiva, altitudine media rispetto alla sezione di chiusura e lunghezza principale dell'asta).

Nel caso dei bacini urbani, il problema è invece più semplice, dato che si conoscono con maggiore dettaglio i parametri della rete idrografica artificiale.

Si consideri ad esempio il bacino di Fig. 4-7. Esso è costituito dai bacini che drenano alla rete consistente nei collettori 1, 2 e 3. Indicando le lunghezze dei collettori con L_1 , L_2 e L_3 e le velocità medie dell'acqua in essi con V_1 , V_2 e V_3 , si deduce che i tempi di percorrenza dei singoli tratti valgono:

$$t_1=L_1/V_1, t_2=L_2/V_2, t_3=L_3/V_3$$

Ammettendo, per ipotesi, che $t_3 > t_2$, è possibile dedurre la curva aree-tempi mostrata in Figura 4-8.

Nella realtà è chiaro che il tempo di corrivazione dell'intero bacino è maggiore di t_1+t_3 , dato che i tempi di percorrenza dei canali non comprendono gli intervalli temporali che una particella d'acqua impiega per raggiungere il collettore di interesse lungo il percorso, anche molto articolato, nelle rete superficiale (ad esempio, tetto, grondaia, pluviale, caditoia etc.).

Viene denominato tempo di ingresso, o di entrata, il tempo t_e impiegato dall'acqua per arrivare ai primi collettori considerati nella rete di drenaggio. Il tempo di ingresso è, chiaramente, diverso a seconda dell'evento, ma esso viene in genere legato alla pendenza del terreno e al tempo di ritorno dell'evento (si veda più avanti al Cap. 5).

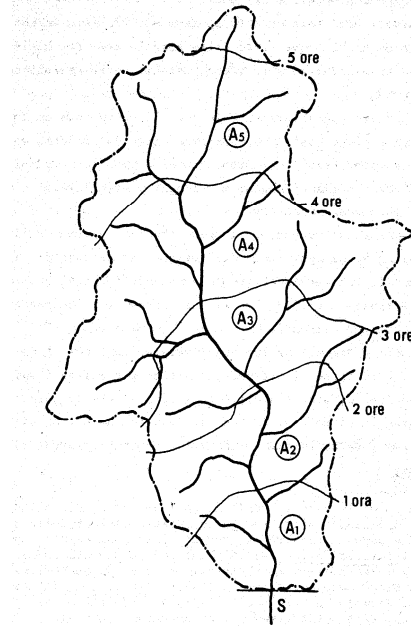


Figura 4-4 Bacino idrografico rurale con curve isocorive (tempi in ore) (da Maione, 1995).

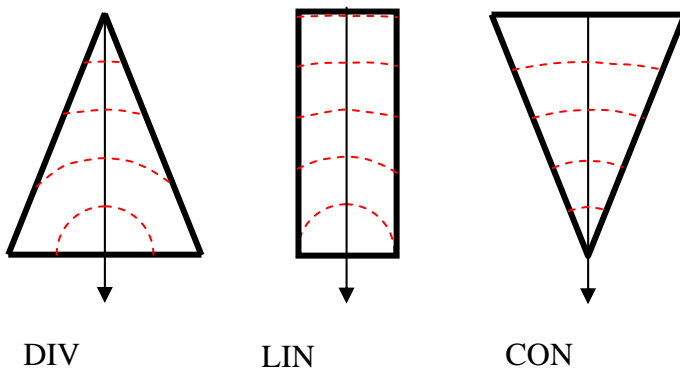


Figura 4-5 Schemi di bacini idrografici di diversa tipologia (DIV=divergente, LIN=lineare, CON=convergente).

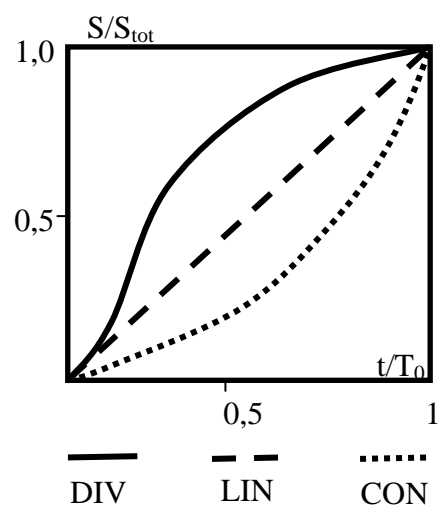


Figura 4-6 Differenti tipologie di curva Aree-tempi (Bacino divergente, lineare, convergente)

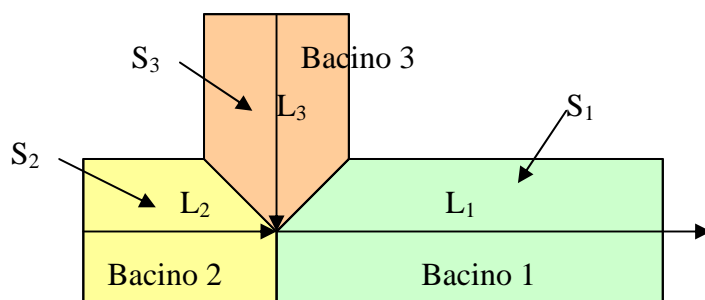


Figura 4-7 Bacino fognario di esempio.

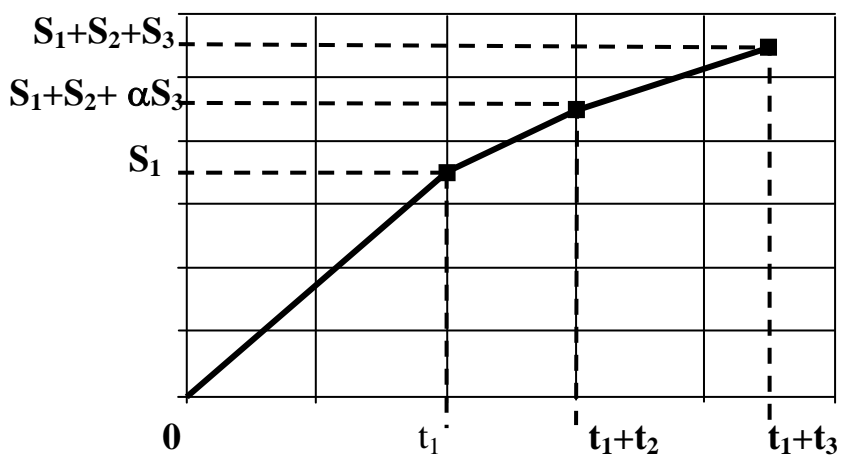


Figura 4-8 Curva aree-tempi per il bacino fognario di Figura 4-7.

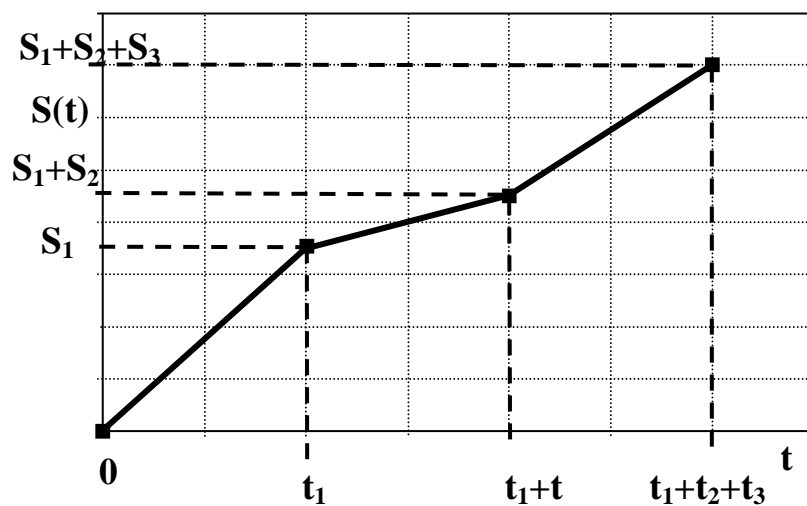


Figura 4-9 Curva aree-tempi per il bacino fognario citato in § 4.1.1.

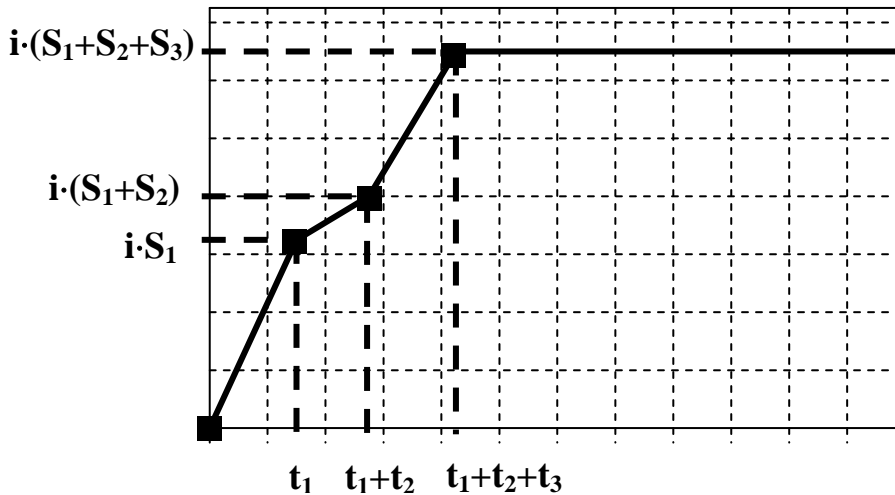


Figura 4-10 Onda di piena (portata – tempo) conseguente ad una precipitazione di intensità costante i e durata infinita per il bacino con la curva aree-tempi di Figura 4-9.

4.1.1 Deduzione dell'IUH per il modello cinematico

Si consideri ora una precipitazione con intensità costante netta pari a $\varphi \cdot i$ che cade su un bacino con curva aree tempi descritta in Fig. 4-9 per un tempo indefinito. La portata di pioggia corrispondente è naturalmente:

$$\bar{p} = \varphi \cdot S_{TOT} \cdot i \quad (4.14)$$

L'onda di piena conseguente a tale pioggia è riportata in Fig. 4-10. I punti della spezzata sono calcolati considerando che i volumi idrici meteorici si presentano alla sezione di chiusura dopo il tempo necessario al transito lungo la rete di drenaggio e quindi che al tempo t_1 arriva il contributo dell'area S_1 , al tempo t_2 quello delle aree S_1 e S_2 , e così via.

Si ottiene perciò una curva ad S la cui espressione è proporzionale alla curva aree-tempi:

$$q(t) = \varphi \cdot i \cdot S(t) \quad (4.15)$$

al tempo t_3 e per tempi successivi, perdurando la pioggia e contribuendo tutto il bacino, la portata resta costante al valore

$$q(t) = \varphi \cdot i \cdot S_{TOT} = \bar{p} \quad (4.16)$$

in base alla relazione (4.12) l'espressione dell'IUH risulta:

$$u(t) = \frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{\varphi \cdot i \cdot S_{TOT}} \cdot \frac{d(\varphi \cdot i \cdot S(t))}{dt} = \frac{1}{S_{TOT}} \cdot \frac{dS(t)}{dt} \quad (4.17)$$

Risulta quindi che l'IUH del modello cinematico coincide con la derivata della curva ad S, divisa per il valore della superficie totale.

Nel caso di curva aree-tempi lineare, si ha il risultato notevole che:

$$S(t) = S_{TOT} \cdot \frac{t}{T_0}; \quad \frac{dS(t)}{dt} = S_{TOT} \cdot \frac{1}{T_0}; \quad u(t) = \frac{1}{S_{TOT}} \cdot \frac{dS(t)}{dt} = \frac{1}{S_{TOT}} \cdot S_{TOT} \cdot \frac{1}{T_0} = \frac{1}{T_0} \quad (4.18)$$

L'IUH è quindi costante e pari a $1/T_0$ e ha durata finita coincidente con T_0 (Fig. 4-11).

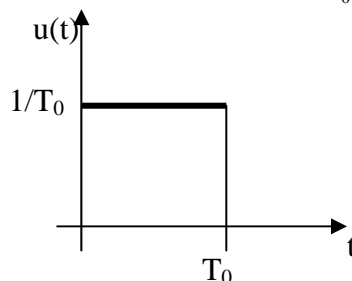


Figura 4-11 IUH del modello cinematico per un bacino con curva Aree-tempi lineare

4.1.2 Deduzione degli idrogrammi in seguito ad eventi piovosi con intensità di pioggia costante

Si consideri ora un evento di pioggia di durata finita θ la cui intensità (che si ipotizza costante) è descritta dalla curva di possibilità climatica di assegnato tempo di ritorno:

$$i = a \cdot \theta^{n-1} \quad (4.19)$$

La corrispondente portata di pioggia (costante) è, ipotizzando un coefficiente di afflusso φ unitario:

$$\bar{p} = \varphi \cdot i \cdot S_{TOT} = i \cdot S_{TOT} \quad (4.20)$$

Essa cade su un bacino la cui curva aree-tempi è lineare e che ha tempo di corrivazione T_0 .

Caso: $\theta < T_0$

Esaminiamo il caso in cui $\theta < T_0$; l'onda di piena uscente è descritta dall'integrale di convoluzione :

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau \quad (4.21)$$

Conviene determinare separatamente i rami dell'onda di piena :

per $0 < t < \theta$ si ha $p(\tau) = \bar{p}$ e $u(t-\tau) = 1/T_0$ e quindi

$$q(t) = \int_0^t \bar{p} \cdot \frac{1}{T_0} \cdot d\tau = \bar{p} \cdot \frac{t}{T_0} \quad (4.22)$$

La funzione è rettilinea, è crescente con t e arriva al tempo θ con il valore: $q(\theta) = \bar{p} \cdot \frac{\theta}{T_0}$

per $\theta < t < T_0$ occorre scomporre l'integrale in due parti per considerare gli intervalli:

$0 < \tau < \theta$ in cui $p(\tau) = \bar{p}$

$\theta < \tau < T_0$ in cui $p(\tau) = 0$

Si ha quindi:

$$q(t) = \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^\theta \bar{p} \cdot \frac{1}{T_0} \cdot d\tau + \int_\theta^{T_0} 0 \cdot \frac{1}{T_0} \cdot d\tau = \bar{p} \cdot \frac{\theta}{T_0} + 0 \quad (4.23)$$

La funzione si mantiene costante fino al tempo T_0 .

per $T_0 < t < T_0 + \theta$ l'integrale di convoluzione dà contributo per $0 < \tau < \theta$ dato che $p(\tau) = \bar{p}$;

All'interno dell'intervallo $0 < \tau < \theta$, si verifica anche la condizione di $u(t-\tau) = 0$;

questo accade quando $t-\tau > T_0$ dato che l'IUH si azzerava quando l'argomento supera

il valore T_0 . La condizione $t-\tau > T_0$ equivale a dire che $\tau < t - T_0$.

L'integrale di convoluzione va quindi suddiviso ulteriormente:

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_0^t p(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^\theta \bar{p} \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau + \int_\theta^{T_0+\theta} 0 \cdot \frac{1}{T_0} \cdot d\tau = \\ &= \int_0^{t-T_0} \bar{p} \cdot 0 \cdot d\tau + \int_{t-T_0}^\theta \bar{p} \cdot \frac{1}{T_0} \cdot d\tau = \bar{p} \cdot \frac{1}{T_0} \cdot [\theta - (t - T_0)] \end{aligned} \quad (4.24)$$

La funzione risultante è ancora lineare ma decrescente con il tempo: parte dal

valore $\bar{p} \cdot \frac{\theta}{T_0}$ (al tempo T_0) per arrivare ad azzerarsi al tempo $t = T_0 + \theta$.

Per $t > T_0 + \theta$ l'onda di piena resta al valore 0; la risposta del bacino si è quindi esaurita.

La forma dell'onda di piena è trapezoidale.

Caso: $\theta = T_0$

Si può considerare come un caso limite del precedente. La portata in uscita cresce linearmente fino al valore massimo

$$q(\theta = T_0) = \bar{p} \cdot \frac{T_0}{T_0} = \bar{p} \quad (4.25)$$

Poi diminuisce, sempre linearmente, e si azzerava al tempo $t = 2 \cdot \theta = 2 \cdot T_0$. La forma dell'onda di piena diventa quindi triangolare.

Caso: $\theta > T_0$

Con procedura analoga a quella per il primo caso trattato ($\theta < T_0$) si ricava che la forma d'onda è nuovamente trapezia con valore di colmo pari a $q = \bar{p}$ che viene raggiunto al tempo $t = T_0$. Il valore si mantiene costante poi fino al tempo θ , poi l'onda decresce linearmente fino ad annullarsi ancora al tempo $T_0 + \theta$.

In tutti i casi si sono ottenute onde di piena di durata finita e pari a $T_0 + \theta$. Il valore della portata di pioggia viene raggiunto dalla portata in uscita dal bacino solo per durate $\geq T_0$.

4.1.3 Evento critico

A seguito delle valutazioni eseguite per precipitazioni di intensità costante descritta dalla curva di possibilità pluviometrica in un bacino con curva aree tempi lineare, si deduce che, poiché le intensità di precipitazione diminuiscono al crescere della durata di pioggia, deve esistere una particolare durata di pioggia (durata critica) che produce in uscita dal bacino il valore più alto di portata. L'evento pluviometrico così definito viene definito critico e la portata prodotta viene denominata come portata critica.

Nel presente caso la ricerca dell'evento critico è molto semplice dato che per durate inferiori al tempo di corrivazione risulta una portata massima crescente con la durata fino al valore massimo che si raggiunge con durata pari al tempo di corrivazione ($\theta = T_0$):

$$q_{\max} = \bar{p} \cdot \frac{\theta}{T_0} = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot i \cdot \frac{\theta}{T_0} = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot a \cdot \theta^{n-1} \cdot \frac{\theta}{T_0} = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot a \cdot \theta^n \cdot \frac{1}{T_0} \quad (4.26)$$

In cui si è introdotto il generico coefficiente di afflusso costante e pari a φ .

Per $\theta > T_0$ si hanno portate massime descritte dall'espressione:

$$q_{\max} = \bar{p} = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot i = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot a \cdot \theta^{n-1} \quad (4.27)$$

E quindi ($n < 1$) portate decrescenti con θ .

La durata critica è quindi pari al tempo di corrivazione T_0 ; la portata critica vale:

$$Q_{\text{crit}} = \varphi \cdot S_{\text{TOT}} \cdot a \cdot T_0^{n-1} \quad (4.28)$$

Le considerazioni fatte sopra possono avere una rappresentazione grafica molto efficace (Fig. 4-12): nel diagramma è riportata la funzione portata di pioggia al variare della durata della precipitazione. Essendo

$$\bar{p} = \varphi \cdot i \cdot S_{\text{TOT}} = \varphi \cdot a \cdot \theta^{n-1} \cdot S_{\text{TOT}} \quad (4.29)$$

Essa ha un andamento decrescente con la durata, in analogia con la curva di possibilità pluviometrica espressa in termini di intensità di pioggia. Nel diagramma sono riportate le onde di piena conseguenti alle piogge di durata $\theta_1 < T_0$, $\theta_2 = T_0$ e $\theta_3 > T_0$.

Nel primo caso ($\theta_1 < T_0$) il ramo di salita dell'onda ha una pendenza tale da raggiungere la portata di pioggia al tempo T_0 ; ma poiché la pioggia termina prima (al tempo $\theta_1 < T_0$) l'onda raggiunge solo una frazione di tale valore

$$q_{\max} = \bar{p} \cdot \frac{\theta_1}{T_0} \quad (4.30)$$

Nel terzo caso in cui $\theta_3 > T_0$ l'onda di piena raggiunge il valore della portata di pioggia, ma essa è inferiore all'intensità della precipitazione di durata T_0 . Pertanto il valore massimo di portata si realizza proprio per piogge di durata pari al tempo di corrivazione T_0 .

4.2 Modello dell'invaso

Un altro modello lineare molto utilizzato è il modello dell'invaso lineare; in questo caso il bacino è schematizzato come un serbatoio il cui volume invasato W è proporzionale alla portata uscente q :

$$W = k \cdot q \quad (4.31)$$

Attraverso una costante k [T] denominata costante d'invaso.

La relazione lineare tra W e q può apparire azzardata dato che, in realtà, la portata uscente da un serbatoio attraverso una luce è normalmente proporzionale al battente idrico h elevato ad un esponente pari a $1/2$ (luce a battente) o $3/2$ (luce a stramazzo):

$$q \propto h^{1/2} \text{ (luce a battente)} \quad q \propto h^{3/2} \text{ (luce a stramazzo)}$$

Si è riscontrato però che lo schema concettuale adottato, dovendo rappresentare il funzionamento di un bacino idrografico (rurale o urbano) e non di un vero serbatoio, fornire risultati molto apprezzabili.

Il funzionamento di un invaso è descritto dalla equazione di continuità:

$$p(t) - q(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (4.32)$$

In cui p e q rappresentano la portata rispettivamente entrante e uscente nel serbatoio al tempo t e con W è indicato il volume contenuto nel serbatoio al tempo t .

Se il serbatoio ha funzionamento lineare e la portata entrante è costante nel tempo, è molto facile integrare l'equazione differenziale (4.32) e ottenere una soluzione generale molto utile per gli sviluppi successivi; riscrivendo la (4.32) come:

$$\bar{p} - q = k \cdot \frac{dq}{dt} \quad (4.33)$$

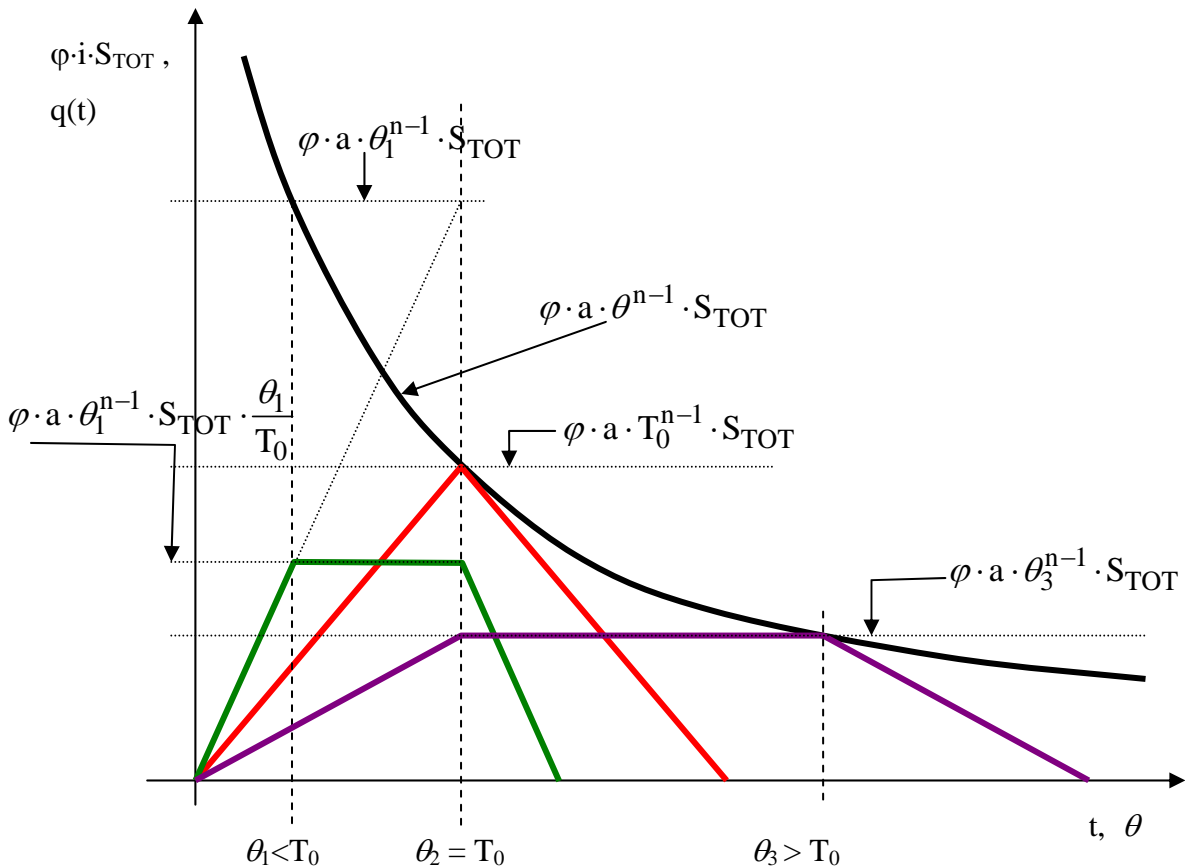


Figura 4-12 Ricerca dell'evento critico con intensità di precipitazione costante secondo il modello cinematico.

Con il cambiamento di variabile:

$$f = \bar{p} - q; \quad df = -dq; \quad (4.34)$$

L'equazione (4.33) diventa:

$$f = -k \cdot \frac{df}{dt} \quad (4.35)$$

Separando le variabili:

$$-\frac{dt}{k} = \frac{df}{f} \quad (4.36)$$

L'integrale generale è quindi:

$$-\frac{t}{k} = \ln f + \text{Cost.} \Rightarrow -\frac{t}{k} = \ln(\bar{p} - q) + \text{Cost.} \quad (4.37)$$

La costante di integrazione va identificata imponendo le condizioni al contorno al tempo iniziale 0:

$$\text{per } t=0 \quad q = Q_0; \quad 0 = \ln(\bar{p} - Q_0) + \text{Cost.} \Rightarrow \text{Cost.} = -\ln(\bar{p} - Q_0) \quad (4.38)$$

La soluzione dell'equazione (4.33) è dunque:

$$-\frac{t}{k} = \ln(\bar{p} - q) - \ln(\bar{p} - Q_0) \Rightarrow -\frac{t}{k} = \ln \frac{(\bar{p} - q)}{(\bar{p} - Q_0)} \quad (4.39)$$

Per evidenziare la funzione di interesse q , conviene invertire il logaritmo naturale e effettuare qualche passaggio ulteriore:

$$e^{\frac{t}{k}} = \frac{(\bar{p} - q)}{(\bar{p} - Q_0)}; \quad (\bar{p} - Q_0) \cdot e^{\frac{t}{k}} = \bar{p} - q; \quad q = \bar{p} \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right) + Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{k}} \quad (4.40)$$

La porta uscente q risulta la somma di due funzioni:

$$Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{k}} \quad (4.41)$$

è una funzione decrescente col tempo (di esaurimento) che parte dal valore Q_0 in $t=0$ fino a 0 per $t \rightarrow \infty$.

$$\bar{p} \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right) \quad (4.42)$$

è una funzione crescente col tempo che parte dal valore 0 in $t=0$ fino a \bar{p} (la portata di pioggia) per $t \rightarrow \infty$.

Nella figura 4-13 sono riportate le due funzioni singolarmente e la funzione somma complessiva.

Si noti che, a differenza del modello cinematico, la portata di pioggia \bar{p} viene raggiunta solo per $t \rightarrow \infty$.

La soluzione (4.40), nel caso in cui $Q_0 = 0$, rappresenta anche l'espressione analitica della curva ad S (risposta al gradino di durata infinita); è possibile quindi ricavare l'equazione dell'IUH del modello dell'invaso:

$$u(t) = \frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{d}{dt} \left(\bar{p} \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right) \right) = \frac{1}{\bar{p}} \cdot \bar{p} \left(-e^{-\frac{t}{k}} \right) \cdot \left(-\frac{1}{k} \right) = \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t}{k}} \quad (4.43)$$

L'andamento della funzione IUH è mostrata in fig. 4-14.

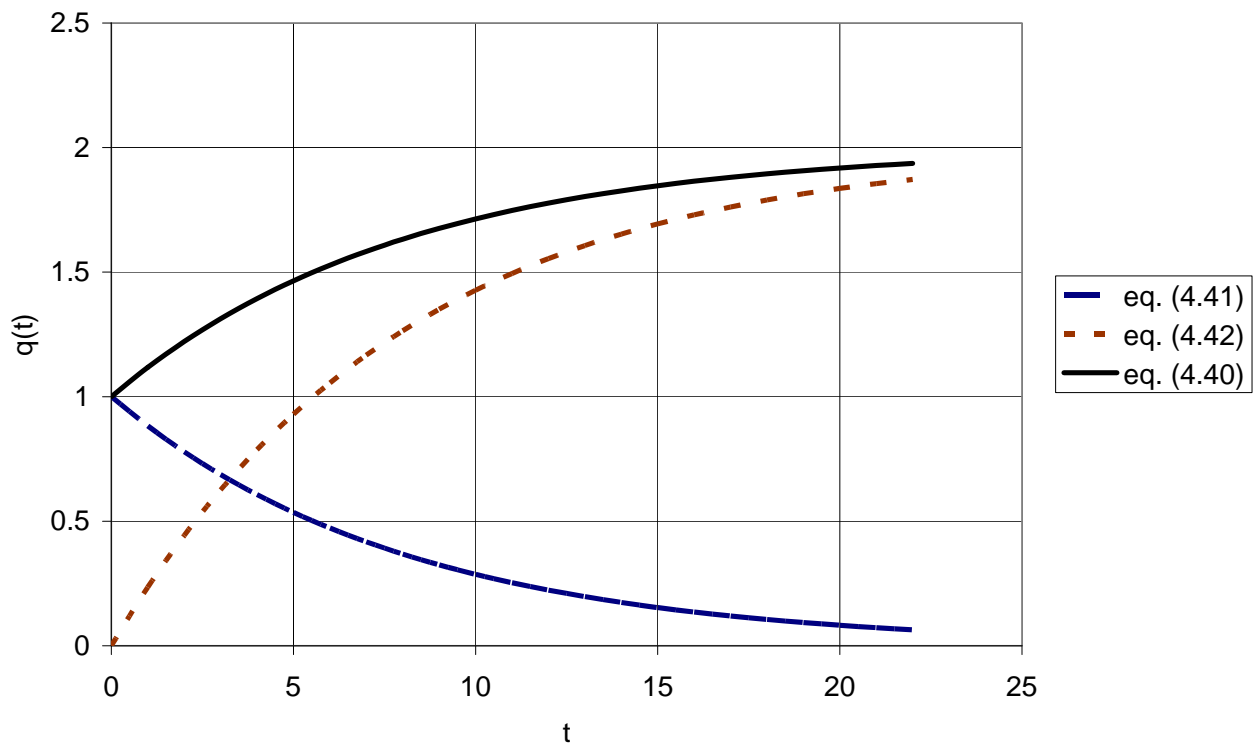


Figura 4-13 Soluzione dell'equazione dell'invaso lineare (eq. 4.40-42) per $Q_0=1 \text{ m}^3/\text{s}$, $k=8 \text{ s}$, $\bar{p}=2 \text{ m}^3/\text{s}$.

4.2.1 Idrogrammi a seguito di eventi piovosi con intensità di pioggia costante e durata finita

Se la precipitazione di portata di pioggia costante \bar{p} , ha durata finita θ , l'onda di piena in uscita dal bacino può essere facilmente dedotta a partire dalla (4.40). Si ha evidentemente per $t \leq \theta$:

$$q = \bar{p} \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right) \quad (4.44)$$

con

$$q_{\max} = \bar{p} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}} \right) \quad (4.45)$$

al tempo θ ; per $t \geq \theta$

$$q = Q_0 \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{k}} = \bar{p} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}} \right) \cdot e^{-\frac{(t-\theta)}{k}} \quad (4.46)$$

che rappresenta il ramo di esaurimento. L'onda di piena complessiva è diagrammata in Fig. 4-15.

Come già rilevato la portata massima in uscita è minore della portata di pioggia. Talvolta viene evidenziato il **fattore di laminazione ε** come:

$$\varepsilon = \frac{q_{\max}}{\bar{p}} = \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}} \right) < 1 \quad (4.47)$$

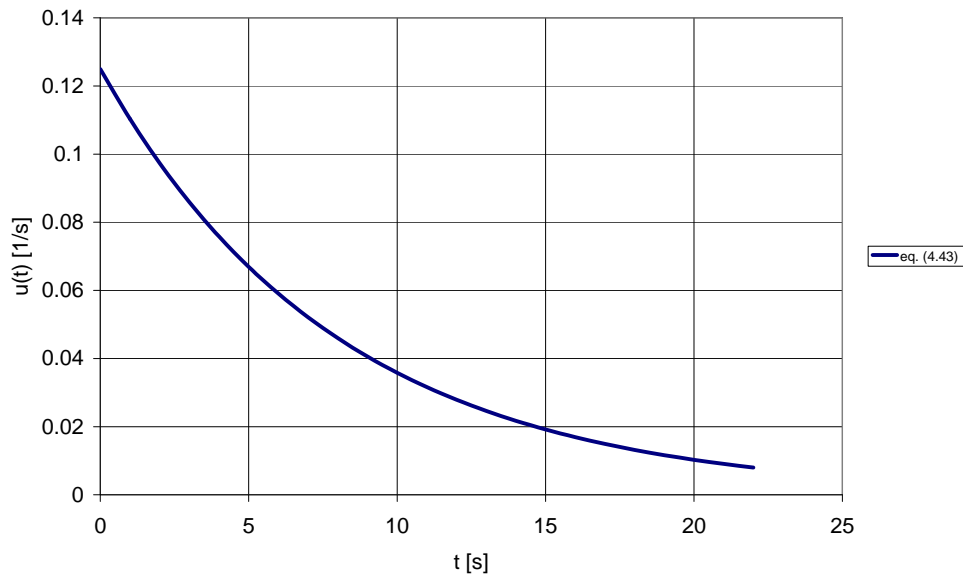


Figura 4-14 Andamento del IUH dell'invaso lineare (eq. (4.43)) per $k=8$ s.



Figura 4-15 Onda di piena in uscita dall'invaso lineare ($k=2$ ore) in seguito ad una precipitazione di intensità netta pari a 1mm/h e di durata 6 h.

4.2.2 *Evento critico*

Se le intensità costanti di precipitazione sono riconducibili ad un Tempo di ritorno assegnato (sono cioè descritte dalla curva di possibilità pluviometrica), si deduce che la portata massima è composta dal prodotto di due funzioni

\bar{p} (variabile con θ) e $\left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right)$; poiché \bar{p} decresce con θ ($\bar{p} = \varphi \cdot i \cdot S_{TOT} = \varphi \cdot a \cdot \theta^{n-1} \cdot S_{TOT}$) e $\left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right)$ cresce

invece con θ , deve esistere una particolare durata di pioggia (durata critica) che produce in uscita dal bacino il valore più alto di portata. L'evento pluviometrico così definito viene ancora denominato critico e la portata prodotta viene denominata come portata critica.

La ricerca dell'evento critico si effettua individuando la durata che rende massima la q_{max} , cioè che manda a zero la derivata di q_{max} ; tale durata viene chiamata durata critica.

Il procedimento è il seguente:

$$q_{max} = \bar{p} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right) = \varphi \cdot i \cdot S_{TOT} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right) = \varphi \cdot a \cdot \theta^{n-1} \cdot S_{TOT} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right) \quad (4.48)$$

$$\frac{dq_{max}}{d\theta} = \varphi \cdot a \cdot S_{TOT} \cdot \left((n-1)\theta^{n-2} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{k}}\right) + \theta^{n-1} \left(-e^{-\frac{\theta}{k}} \left(-\frac{1}{k}\right)\right) \right) = 0 \quad (4.49)$$

La durata critica θ_c è quella che manda a zero la derivata, cioè che risolve l'equazione:

$$(n-1)\theta_c^{n-2} \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) + \theta_c^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{k} = 0 \quad (4.50)$$

E' evidente che la forma dell'equazione è tale da non consentire una soluzione esplicita in θ_c ; viene infatti fornita una soluzione grafica dedotta a conclusione delle elaborazioni riportate di seguito:

$$\frac{(n-1)\theta_c^{n-2} \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) + \theta_c^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{k}}{\theta_c^{n-1}} = (n-1)\theta_c^{-1} \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) + \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{k} = 0 \quad (4.51)$$

$$\theta_c \cdot \left[(n-1)\theta_c^{-1} \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) + \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{k} \right] = (n-1) \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) + \frac{\theta_c}{k} e^{-\frac{\theta_c}{k}} = 0 \quad (4.52)$$

Si ha poi:

$$(n-1) \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) = -\frac{\theta_c}{k} e^{-\frac{\theta_c}{k}}; \quad n-1 = -\frac{\theta_c}{k} \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{\left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right)}; \quad n = 1 - \frac{\theta_c}{k} \frac{e^{-\frac{\theta_c}{k}}}{\left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right)} \quad (4.53)$$

Introducendo la funzione adimensionale C:

$$C = \frac{\theta_c}{k} \quad (4.54)$$

Si ha infine:

$$n = 1 - C \frac{e^{-C}}{1 - e^{-C}} \quad (4.55)$$

La funzione C dipende solo dal parametro n della curva di possibilità pluviometrica. Risolta la (4.55) per il campo di valori di n comunemente ricorrenti in Italia, essa è stata riportata in un grafico (Figura 4-16) che compare su tutti i manuali di Idrologia. Interrogando tale grafico è possibile immediatamente dedurre il parametro C e quindi la durata critica è calcolabile come:

$$\theta_c = C \cdot k \quad (4.56)$$

La portata critica risulta infine:

$$Q_{crit} = \varphi \cdot a \cdot \theta_c^{n-1} \cdot S_{TOT} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}}\right) \quad (4.57)$$

Nel grafico (4-16) sono anche riportate altre due utili funzioni: D ed ε . La funzione D si utilizza per un calcolo della portata critica utilizzando direttamente il coefficiente d'invaso k invece della durata critica:

$$Q_{crit} = \varphi \cdot a \cdot k_C^{n-1} \cdot S_{TOT} \cdot D \quad (4.58)$$

La funzione D si ottiene uguagliando le (4.57) e (4.58):

$$D = C^{n-1} \left(1 - e^{-C} \right) \quad (4.59)$$

Si noti in Figura 4-15 come essa risulti poco variabile con n, mantenendosi prossima al valore $D \approx 0,65$. La (4.59) è spesso sostituita con l'espressione approssimata:

$$Q_{crit} \cong \varphi \cdot a \cdot k_c^{n-1} \cdot S_{TOT} \cdot 0,65 \quad (4.60)$$

La funzione ε , detto anche fattore di laminazione, rappresenta l'attenuazione della portata di pioggia effettuata dal bacino; essa può essere utilizzata per un calcolo più diretto della portata critica secondo l'espressione:

$$Q_{crit} = \varphi \cdot a \cdot \theta_c^{n-1} \cdot S_{TOT} \cdot \varepsilon \quad (4.61)$$

Con

$$\varepsilon = \left(1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}} \right) \quad (4.62)$$

4.3 Confronto tra i risultati dei due modelli

Mettendo a confronto le espressioni della portata critica (4.28) e (4.60) si può facilmente dedurre che si perviene ad un valore uguale di portata critica se tra i parametri dei due modelli (T_0 e k) sussiste la relazione seguente:

$$T_0 = k \cdot 0,65^{\frac{1}{n-1}} \quad (4.63)$$

Il fattore $0,65^{\frac{1}{n-1}}$ è sempre > 1 e, nel campo dei valori di n che si incontrano comunemente in Italia, esso risulta compreso tra 1,78 e 4,20. Il tempo di corrvazione T_0 è quindi sempre maggiore del parametro di invaso k.

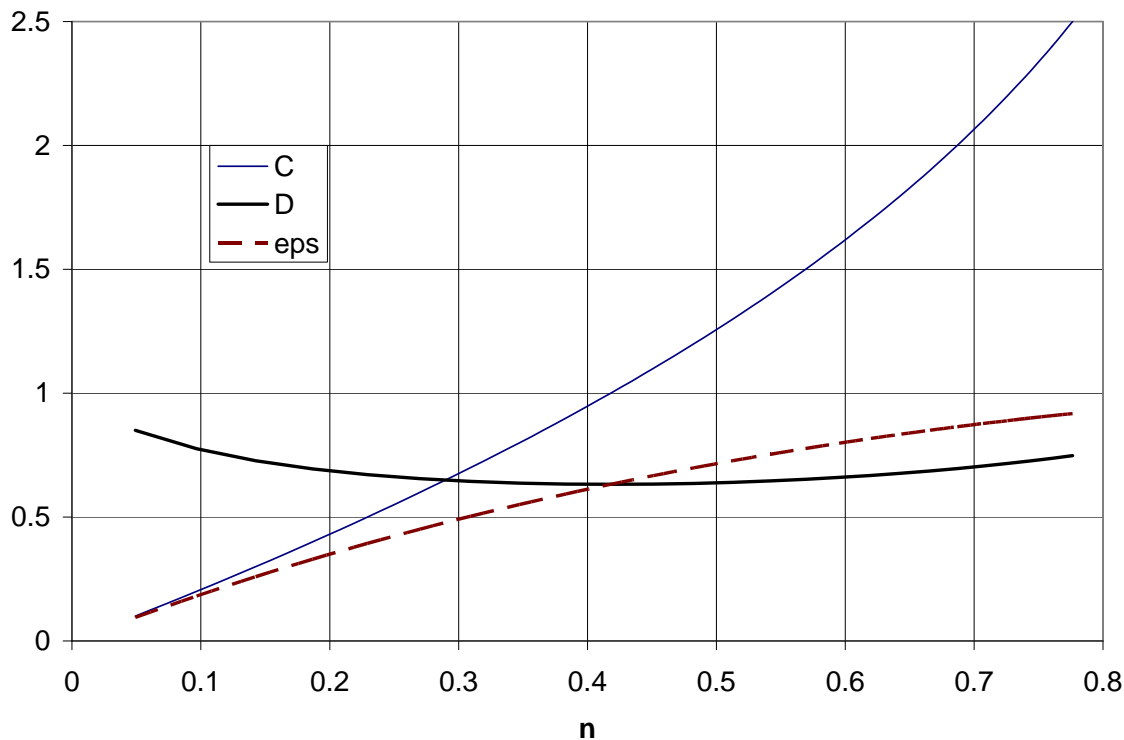


Figura 4-16 Funzione C, D ed ε (eps), per il modello dell'invaso lineare, in funzione del parametro n della cpp.

5 Calcolo della portata nei collettori fognari

Sono possibili diverse procedure anche molto raffinate ma, in Italia, si utilizzano metodologie particolarmente semplici che fanno riferimento alle seguenti ipotesi:

- pioggia con intensità costante
- depurazione dalle perdite con metodo percentuale
- modello lineare afflussi-deflussi

– ricerca dell'evento critico.

L'espressione della portata di piena, critica per il collettore fognario di interesse, può essere sintetizzata nella seguente formula, denominata comunemente **Formula Razionale**:

$$Q_c (l/s) = S \cdot u = S \cdot \varphi \cdot i(\theta_c, T) \cdot \varepsilon \cdot 2.78 \quad (5.1)$$

In cui S è la superficie del bacino in ha, u è il cosiddetto coefficiente udometrico (l/sec ha), φ è il coefficiente di afflusso relativo all'area scolante nel collettore preso in considerazione (-), $i(\theta_c, T)$ è l'intensità di pioggia critica (mm/ora) calcolata in base alla curva di possibilità pluviometrica eventualmente modificata per il ragguaglio all'area (a' ed n' invece di a ed n):

$$i = a' \theta_c^{n'-1} \quad (5.2)$$

θ_c è la durata della pioggia critica che fornisce, cioè il massimo valore di portata per assegnato tempo di ritorno; essa viene definita durata critica; ε è il coefficiente di laminazione dipendente dalla modellazione afflussi-deflussi scelta e 2.78 è un fattore di conversione necessario per ottenere la portata in l/s a partire dalla superficie e dall'intensità di pioggia espressi rispettivamente in ha e mm/h (si ha che 1 (ha mm)/h = 2.78 l/sec).

Le diverse metodologie si differenziano per il valore di ε e per l'espressione dei parametri del modello afflussi-deflussi che conducono alla valutazione della durata critica; di seguito sono espone le più usate in Italia.

5.1 Formula Razionale Tradizionale

Come modello A-D si usa il metodo della corrivazione e si ha perciò $\varepsilon=1$. La durata critica θ_c coincide con il tempo di corrivazione del bacino a monte T_0 :

$$T_0 = T_e + T_R \quad (5.3)$$

Con T_e , il tempo di ingresso in rete e T_R il tempo di percorrenza della rete in condizioni di massimo riempimento e lungo il percorso idraulicamente più lungo.

Il valore di T_e tiene conto dei tempi di trasferimento dell'acqua meteorica a partire dal punto di caduta sulle superfici fino ai canali di adduzione minore (tetto, grondaia, pluviale, condotti di piccolo diametro etc.); per la stima di T_e si può fare riferimento alla Tabella riportata in Figura 5-1 o al grafico di Figura 5-2.

5.2 Formula Razionale con metodo cinematico

Si tratta di una correzione proposta da Becciu et al. (2005) che consiste nel calcolo della durata critica come:

$$\theta_c = T_e + \frac{T_R}{1.5} \quad (5.4)$$

5.3 Formula Razionale con metodo dell'invaso lineare

Si usa come modello A-D il modello dell'invaso lineare. Si ha quindi un coefficiente di laminazione

$$\varepsilon = 1 - e^{-\frac{\theta_c}{k}} \quad (5.5)$$

k è il parametro dell'invaso lineare, definito come il rapporto tra il volume invasato nel bacino e la portata uscente.

Volendo calcolare la portata critica si deriva la (5.1) rispetto alla durata di pioggia e si uguaglia a zero la derivata per ottenere il massimo. Si ottengono le note formulazioni (4.58) e (4.56):

$$Q_c = S \cdot u = 2,78 \cdot S \cdot \varphi \cdot D(n') \cdot a' \cdot k^{n'-1} \quad (5.6)$$

$$\theta_c = C(n') \cdot k \quad (5.7)$$

che forniscono il valore della portata e della durata critica. Nelle relazioni:

$D(n')$ e $C(n')$ sono due funzioni del solo n' (Figura 4-16) e cioè:

$$n' = \frac{1 + C \cdot e^C}{1 - e^C} \quad D = C^{n'-1} (1 - e^{-C}) \quad (5.8)$$

Come si può vedere dalla figura, per n' compreso tra 0.3 e 0.7, D è poco variabile tra 0.63 e 0.70; prendendo il valore medio di 0.65 la formula razionale con metodo dell'invaso può scriversi:

$$Q_c (l/s) = S \cdot u \cong 2,78 \cdot S \cdot \varphi \cdot 0.65 \cdot a' \cdot k^{n'-1} \quad (5.9)$$

Resta da definire come può essere calcolato il parametro dell'invaso k .

5.3.1 Metodo italiano per il calcolo della costante d'invaso k

Si aggiungono alle assunzione alla base della formula razionale anche le ipotesi di funzionamento sincrono ed autonomo dei collettori della rete fognaria.

Con queste ipotesi aggiuntive risulta facile calcolare il volume invasato nella rete fognaria in quanto per ciascun collettore esso è dato dal prodotto della lunghezza del collettore per l'area bagnata.

Se poi si osserva la figura 5.3 si nota come la relazione che lega la portata convogliata nella sezione circolare all'area della sezione bagnata si discosti poco da una relazione lineare. Si ritiene perciò ragionevole che il volume invasato nei collettori sia una funzione lineare della portata uscente dal collettore.

Si deve riconoscere però che deve intervenire, in qualche modo, anche il volume invasato fuori dai collettori fognari considerati per cui, con una certa approssimazione, si pone:

$$k = 0,278 \frac{W_r + W_0}{Q_r}$$

in cui W_r (m^3) è il volume idrico interno immagazzinato nella rete a monte della sezione considerata immaginando le condotte tutte contemporaneamente (funzionamento sincrono) in condizioni di riempimento; W_0 (m^3) è il volume dei piccoli invasi, cioè il volume in superficie o quello dei piccoli canali fognari non considerati nel calcolo; Q_r è la portata nella sezione del collettore che si considera nelle condizioni di massimo riempimento.

Alla originaria formulazione del metodo italiano si pongono delle correzioni che elevano la portata critica risultante: W_0 è calcolato in termini di 10÷15 mc/ha di area impermeabile (e non il valore tradizionale 30÷50 per tutta la superficie); W_r è calcolato come l'80% del volume di riempimento massimo della rete.

Tabella 9.3 - Tempo di ingresso in rete

<i>Tipi di bacini</i>	<i>T_e [min]</i>
Centri urbani intensivi con tetti collegati direttamente alle canalizzazioni e con frequenti caditoie stradali	5 ÷ 7
Centri urbani semi intensivi con pendenze modeste e caditoie stradali meno frequenti	7 ÷ 10
aree urbane di tipo estensivo con piccole pendenze e caditoie poco frequenti	10 ÷ 15

Figura 5-1 Tempo di ingresso in rete (da Becciu, Paoletti, 2005) .

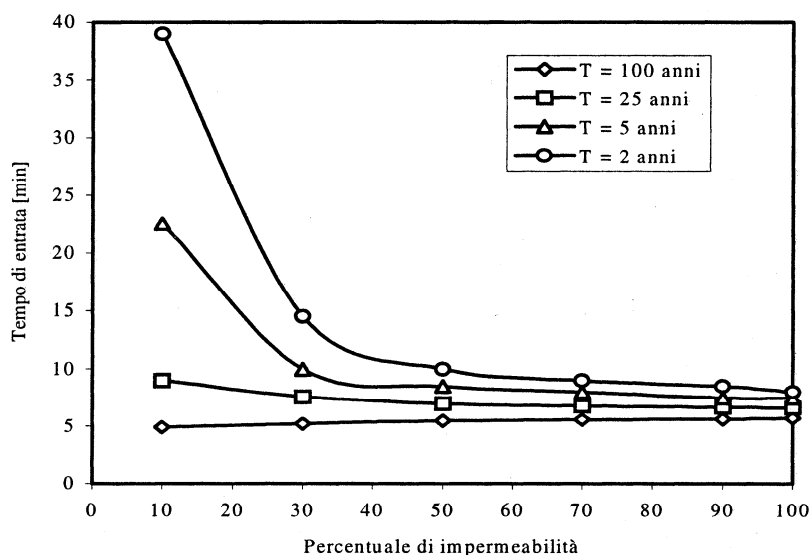


Figura 5-2 Tempo di ingresso in rete (riportato da Wisner et al., 1983 in Becciu, Paoletti, 2005) .

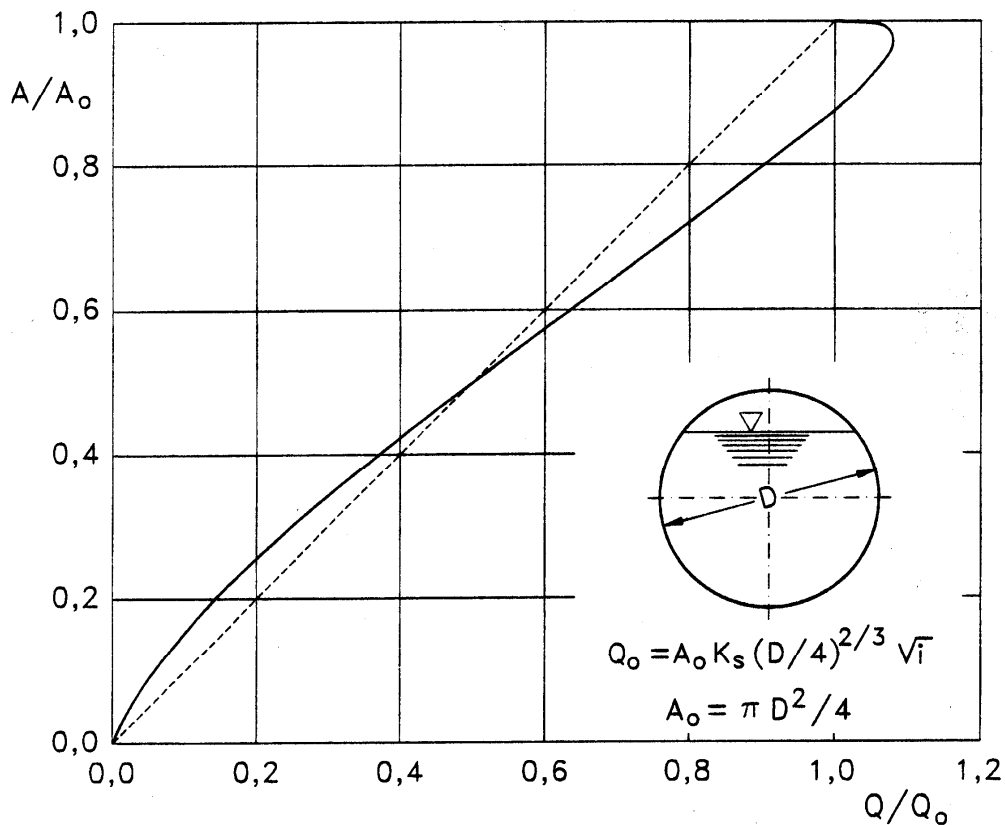


Figura 5-3 Andamento della portata addotta in funzione dell'area bagnata nella sezione circolare (da Da Deppo e Datei, 2000).

6 Dimensionamento e verifica delle condotte fognarie

Dato che la portata critica dipende dalle caratteristiche della rete che si deve progettare, il dimensionamento è un procedimento che deve essere fatto per successive iterazioni. I passi esposti di seguito sono relativi al calcolo di una fognatura unitaria e fanno riferimento alle principali metodologie in uso in Italia: il metodo cinematico e dell'invaso lineare.

1. calcolo dell'area S scolante valutando la percentuale IMP di aree impermeabili eventualmente frazionata in base all'uso del suolo;
2. Calcolo del coefficiente di afflusso ϕ_{tot} relativo all'intera area drenata e per il tempo di ritorno scelto (in genere 2÷5 anni);
3. Calcolo della portata nera per la sezione di interesse;
4. Si ipotizza un diametro commerciale del tronco di fognatura da dimensionare. I diametri dei tronchi a monte devono essere già determinati;

Dopo il passo 5 le procedure si differenziano.

Uso del metodo cinematico

5. Si valuta il tempo di ingresso in rete;
6. Si calcola la velocità a massimo riempimento V_r ;
7. Si calcola il tempo di percorrenza nel collettore come $T_{Rc} = \frac{L_c}{V_r}$
8. Si calcola il maggiore dei tempi di percorrenza che si ottiene per arrivare alla sezione di interesse dai diversi punti di origine della rete T_R ; la durata critica è valutata come somma del tempo di ingresso in rete e di $\frac{T_R}{1,5}$:

$$\theta_c = T_e + \frac{T_R}{1,5}$$

9. si calcola la portata critica come:

$$Q_c(\text{l/s}) = 2,78 \cdot S \cdot \varphi \cdot 1 \cdot i(\theta_c, T)$$

Uso del metodo dell'invaso lineare

1. Si valuta il volume dei piccoli invasi W_0 (10÷15 mc/ha impermeabile);
2. Si calcola il volume invasato nel collettore e nella rete a monte in condizioni di massimo riempimento;
3. Si calcola il valore della portata a riempimento Q_r del collettore che si sta dimensionando e di cui si è ipotizzato il diametro;
4. Si calcola il valore del parametro d'invaso $K(\text{ore})$ utilizzando la relazione:

$$k = 0,278 \frac{W_0 + 0,8 \cdot (W_{rc} + W_{rm})}{Q_r} \quad \text{con i volumi in m}^3 \text{ e la portata in l/s;}$$

5. Si calcolano i valori delle funzioni D e C , in base al valore n' dell'esponente della curva di possibilità climatica e successivamente il valore della portata critica con l'espressione:

$$Q_c(\text{l/s}) = 2,78 \cdot S \cdot \varphi \cdot D(n') \cdot a' \cdot k^{n'-1}$$

e della durata critica :

$$\theta_c = C(n') \cdot k$$

Passi successivi:

10. si controlla che il valore di durata critica ricada entro il campo di validità della curva di possibilità pluviometrica scelta ;
11. **SI VERIFICA CHE LA PORTATA CRITICA TRANSITI NEL COLLETTORE CON UN GRADO DI RIEMPIMENTO \leq AL 70% ((meglio compreso tra il 65 e 75%);**
12. Se la verifica al punto 11 è negativa si ripete il calcolo a partire dal punto 4. finché essa non risulti positiva;
13. Si verifica che la portata critica scorra con velocità compresa entro i limiti di 0.5÷5 m/s; (in caso di fognatura separata per la portata nera la velocità dovrà essere superiore a 0.4 m/s);
14. Si adottano le correzioni necessarie se la verifica 13) non è soddisfatta e cioè:
per velocità eccessive \rightarrow si riduce la pendenza e introduce salti di fondo;
per velocità troppo basse della portata nera \rightarrow si prevedono le camerette di cacciata.

La verifica al punto 11 è agevolata dalla consultazione delle tabelle adimensionali dei parametri geometrici delle sezioni di canali più comuni (per la sezione circolare si può consultare la Figura 6-1). La consultazione della Figura 6-1 prevede il calcolo preliminare del rapporto Q_c/Q_r che nel caso presente corrisponde al rapporto tra la portata critica Q_c e la portata a riempimento Q_r della sezione che, con l'uso della formula di Chezy-Strickler diventa:

$$Q_r = \frac{\pi \cdot D^2}{4} k_{st} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{i}$$

In cui si è indicato con D il diametro ipotizzato del condotto fognario, k_{st} l'indice di scabrezza di Strickler e con i la pendenza di fondo del canale. Valutato il rapporto Q_c/Q_r è immediato vedere se il rapporto di riempimento ricade tra il 65 e il 75% (basta che risulti $0,756 < Q_c/Q_r < 0,912$).

Anche il calcolo della velocità necessario per la verifica al punto 13 è agevolata dalla consultazione della tabella di Figura 6-1; calcolato infatti Q_c/Q_r è facile il calcolo per interpolazione del valore di V_c/V_r ; dato poi che:

$$V_r = k_{st} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{i}$$

Si può poi calcolare V_c .

Esempio di calcolo:

$$Q_c/Q_r = 0,85; \quad \frac{V_c}{V_r} = 1,12 + (0,85 - 0,837) \cdot \frac{(1,133 - 1,12)}{(0,912 - 0,837)} = 1,122$$

Se $i=0,1\%$, $k_{st}=70\text{m}^{1/3}/\text{s}$, $D=800\text{mm}$ si ha:

$$V_r = k_{st} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{i} = 70 \cdot \left(\frac{0,8}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{0,001} = 0,76\text{m/s}$$

E quindi:

$$V_c = 1,122 \cdot V_r = 1,122 \cdot 0,76 = 0,85 \text{ m/s}$$

h/D	P/D	A/D ²	R/D	V/Vr	Q/QR
0.05	0.45	0.015	0.033	0.257	0.005
0.10	0.64	0.041	0.064	0.401	0.021
0.15	0.80	0.074	0.093	0.517	0.049
0.20	0.93	0.112	0.121	0.615	0.088
0.25	1.05	0.153	0.147	0.701	0.137
0.30	1.16	0.198	0.171	0.776	0.196
0.35	1.27	0.245	0.193	0.843	0.263
0.40	1.37	0.293	0.214	0.902	0.337
0.45	1.47	0.343	0.233	0.954	0.416
0.50	1.57	0.393	0.250	1.000	0.500
0.55	1.67	0.443	0.265	1.039	0.586
0.60	1.77	0.492	0.278	1.072	0.672
0.65	1.88	0.540	0.288	1.099	0.756
0.70	1.98	0.587	0.296	1.120	0.837
0.75	2.09	0.632	0.302	1.133	0.912
0.80	2.21	0.674	0.304	1.140	0.977
0.85	2.35	0.711	0.303	1.137	1.030
0.90	2.50	0.744	0.298	1.124	1.066
0.95	2.69	0.771	0.286	1.095	1.074
1.00	3.14	0.785	0.250	1.000	1.000

Figura 6-1 Parametri geometrici ed idraulici per la sezione circolare espressi in funzione del rapporto di riempimento altezza idrica/Diametro (h/D).

7 Riferimenti bibliografici

Autori Vari: Sistemi di Fognatura e di Drenaggio Urbano, a cura di A. Paoletti, Edizioni CUSL, Milano, 1996, ISBN 88-8132-023-1

Becciu G. e A. Paoletti: Esercitazioni di Costruzioni Idrauliche, Edizioni CEDAM, Milano 2005, ISBN: 88-13-26474-7.

Brown M., C. Cao, A. Gentile, U. Maione, P. Mignosa, A. Paoletti, G. Passoni, e E. Piga: Le serie pluviografiche complete della città di Milano. Primo rapporto: le stazioni di Monviso (1971-1987) e di Monluè (1977-1987), CittàStudi, Milano 1990.

Da Deppo L. e C. Datei: Fognature, Edizioni Libreria Cortina Padova, Padova, 2000, ISBN 88-7784-217-2.

Ippolito G.: Appunti di Costruzioni Idrauliche, Ed. aggiornata a cura di G. De Martino, Liguori Editore, Napoli, 1995, ISBN 88-207-2082-5.

Maione U. e U. Moisello: Elementi di statistica per l'idrologia, La Goliardica Pavese, Pavia, 1993, ISBN 88-7830-175-2.

Maione U.: Le piene fluviali, La Goliardica Pavese, Pavia, 1995, ISBN 88-7830-219-8.