



Università degli Studi di Parma

Facoltà di Ingegneria

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile - XXIV Ciclo

Curriculum: Protezione Idraulica del Territorio (ICAR/02)

Donato Citarella

**Studio sperimentale del trasporto
di inquinanti in vasca di filtrazione
mediante tracciante fluorescente**

**Experimental study on pollutant
transport in a laboratory sandbox by
means of fluorescent tracer**

Dissertazione per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca

Tutor: prof. ing. Maria Giovanna Tanda

Co-Tutor: ing. Andrea Zanini

Coordinatore del Dottorato: prof. ing. Gianfranco Forlani

Parma, Gennaio 2012

al secondogenito, che arricchirà a breve la mia famiglia

Acostumbrarse y desacostumbrarse: dos trastornos.

MI ABUELA

Ringraziamenti

Rispettando il solo ordine di “apparizione”, la prima menzione va a mia moglie Carmela, che mi ha spinto ad intraprendere questo cammino; ringrazio il prof. Mignosa, che mi ha dato la possibilità di iniziare questa esperienza e l’indispensabile supporto per portarla a termine. Colgo l’occasione per esprimere tutta la mia gratitudine ad Andrea Zanini che, amichevolmente sin dall’alba, mi ha saputo coinvolgere, introducendomi ed indirizzandomi in questa avventura. Non basta certo un grazie per la prof. Tanda, fonte tanto di conoscenza quanto di serenità, che in tutto questo tempo non mi ha fatto mai mancare supporto e fiducia, trasformando ogni mio dubbio in un nuovo stimolo per progredire. Ringrazio il prof. Longo e Luca per i preziosi aiuti in ambito strumentale e non solo, Marco per la sua continua disponibilità, gli stimoli ed i fruttuosi aiuti che mi ha fornito; un grazie a Fausto per le preziose elaborazioni grafiche. Infine un abbraccio a tutte le altre splendide persone conosciute in questo periodo.

Indice

Introduzione	1
1 Il mezzo poroso	5
1.1 Il moto nei mezzi porosi	8
1.2 Legge di Darcy	9
1.2.1 Generalizzazione della legge di Darcy	11
1.3 Equazione di continuità	13
1.4 Relazione tra permeabilità e porosità	14
1.5 Equazione del trasporto	15
1.5.1 Definizioni	15
1.5.2 Distribuzione spaziale e temporale di un soluto	15
1.5.3 Equazione di advezione-dispersione	17
1.5.4 Soluzioni analitiche A.D.E.	23
2 Modelli fisici precedenti	27
2.1 Introduzione	27
2.2 Test su modelli fisici	28
3 Modello fisico	45
3.1 L'impianto idraulico	48
3.2 Il mezzo poroso	49
3.3 Evoluzione del dispositivo	50
3.4 Tracciante	50
3.5 Camera di presa	54
3.6 Sistema di illuminazione	58
3.7 Iniettore	59
3.8 Vaso di Mariotte	64

3.9	Prove sperimentali	67
4	Elaborazioni ed analisi	71
4.1	Trattamento immagini	71
4.1.1	Raddrizzamento e ritaglio	71
4.2	Calibrazione del modello	73
4.3	Misure quantitative	76
4.3.1	Analisi globale nel dominio	76
4.3.2	Analisi lungo una sezione verticale	78
4.4	Porosità di volume ed alla parete	83
4.4.1	Variazione della permeabilità per l'effetto parete	86
4.5	Stima dei parametri di dispersività	87
4.6	Modflow- MT3D	91
5	Ricerca della sorgente	95
5.1	Problema inverso	95
5.1.1	Funzione di trasferimento	96
5.2	Problema aggiunto	97
5.2.1	Backward location probability	103
5.2.2	Backward travel time probability	104
6	Applicazioni numeriche	107
6.1	Free FEM	107
6.1.1	Discretizzazione A.D.E.	107
6.2	Problema disaccoppiato del trasporto	109
6.3	Discretizzazione dell'Adjoint problem	115
6.3.1	Location probability	115
6.3.2	Travel time probability	118
6.4	Storia di rilascio	120
	Conclusioni	123
	Bibliografia	127
	Appendice	133
	<i>Parma, gennaio 2012</i>	

Introduzione

Lo sviluppo tecnologico sempre crescente sortisce due effetti apparentemente in antitesi ma di fatto simbiotici, da un lato un maggiore inquinamento dell'ambiente, peraltro legato indissolubilmente alla sempre maggiore antropizzazione e al conseguente massiccio sfruttamento delle risorse naturali; dall'altro l'esponenziale crescita delle conoscenze nelle più svariate discipline, che lascia sperare nella possibilità di poter rimediare. In particolare la contaminazione degli acquiferi spesso va ad interessare ancor più da vicino la singola istituzione locale, per responsabilità inerenti la salvaguardia o per interessi quali l'approvvigionamento idrico.

Se da un lato i metodi e le tecnologie di indagine per la determinazione dello stato di contaminazione, per esempio di una falda acquifera, sono largamente consolidate e affidabili, non si può dire lo stesso sul fronte della ricerca della fonte di inquinamento.

Il problema in studio che più avanti verrà meglio definito, concerne la localizzazione della sorgente e la ricostruzione della storia di rilascio, un complesso problema inverso che, dal punto di vista teorico, ha trovato numerose risposte in letteratura ([1, 2, 3, 4] ecc.). Tutte le metodologie proposte però, per la loro natura teorica, necessitano di validazioni su dati sperimentali caratterizzati da affidabilità e completezza. Per la materia in esame, tali dati sono difficilmente reperibili, tanto per l'interesse dell'eventuale responsabile, quanto per quello degli organi deputati all'accertamento del danno. L'obiettivo

di questo lavoro è principalmente quello di allestire un dispositivo di laboratorio in grado di produrre dati sperimentali inerenti il trasporto di inquinanti nel mezzo poroso, con caratteristiche e modalità predeterminate. Inoltre, stante la scarsità di dispositivi sperimentali in tale settore, un approccio “speleologico” sicuramente preliminare e formativo, costituirà una tessera per una futura e più indirizzata realizzazione scientifica.

La ricerca della fonte inquinante, non trascurando l’utile scopo persecutorio, risulta fondamentale per la progettazione ottimale di una strategia di intervento, di ripristino e di messa in sicurezza dell’area contaminata. Svariati sono gli approcci alla questione, da più discipline e con più metodologie.

Nella letteratura recente si trovano molti lavori riferiti alla individuazione della posizione della sorgente di contaminante e riguardanti la ricostruzione della storia di rilascio, diverse metodologie sono state proposte e validate sulla base di casi di studio sintetici, in due casi gli autori si rifanno a dati reali [5, 3]. Attualmente in letteratura si ritrovano perlopiù casi di studio dove flusso e trasporto sono monitorati solo in punti discreti e predeterminati del dominio. Recenti lavori [6, 7], hanno mostrato interessanti applicazioni della tecnica fotografica per la raccolta di dati sperimentali concernenti il moto di traccianti.

Il presente studio muove verso l’obiettivo della realizzazione di un modello fisico preliminare, capace di mostrare le potenzialità ma anche i limiti sperimentali per lo studio del trasporto di inquinanti nei mezzi porosi, mediante la tecnica fotografica e l’uso di traccianti fluorescenti. Si è deciso pertanto di mettere a punto una installazione sperimentale atta a rappresentare fenomeni di trasporto bidimensionale, sul piano verticale, in una matrice porosa tanto omogenea quanto eterogenea. L’installazione permette di regolare il flusso idrico di fondo e rappresentare fenomeni di trasporto in soluzione mediante

l'iniezione puntuale o areale di tracciante. La concentrazione viene rilevata, in ogni punto del dominio, per via indiretta a mezzo del metodo fotografico. Il range di velocità è stato scelto abbastanza alto ($v \propto 0.1 \text{ cm/s}$), per poter procedere in tempi ragionevoli alla realizzazione dei vari esperimenti prefissati, con sicura evidenziazione delle caratteristiche advettive-dispersive rispetto ai fenomeni diffusivi, peraltro ormai abbastanza noti e consolidati.

Capitolo 1

Il mezzo poroso

Si definisce mezzo poroso un volume spaziale costituito da una matrice solida, con interstizi riempiti da uno o più fluidi. Un volume unitario di terreno naturale, costituito dalla frazione volumetrica solida V_s e la complementare frazione volumetrica dei vuoti interstiziali V_v , che a sua volta si divide nelle due parti V_w e V_a , rispettivamente volume d'acqua e d'aria, rappresenta una schematica suddivisione di un mezzo poroso.

Valgono le seguenti relazioni:

$$V_v + V_a + V_w = V_{totale} = 1$$

$$V_v = V_a + V_w$$

Brevemente si riportano alcune definizioni fondamentali:

porosità:

$$n = \frac{V_v}{V_{totale}} \quad (1.1)$$

l'indice dei vuoti:

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

Tra queste due caratteristiche esistono le relazioni: $e = \frac{n}{1-n}$ e $n = \frac{e}{e+1}$.

Va precisato che, in una matrice porosa, possono essere presenti pori chiusi non interconnessi con gli altri, ciò implica che in essi non vi può essere circolazione di fluido. Si definisce quindi la porosità cinematica come la frazione dei soli vuoti interconnessi con l'esterno:

porosità cinematica:

$$n_c = \frac{V_{vint}}{V_{totale}} \quad (1.2)$$

Un'ulteriore distinzione sulla porosità riguarda la differenza tra quella volumetrica prima definita e quella superficiale relativa ad una generica sezione interna di un ammasso poroso, sezione che presenta una superficie complessiva di vuoti pari ad A_v ;

porosità superficiale:

$$n_s = \frac{A_v}{A_{tot}} \quad (1.3)$$

Al fine di studiare il moto nei mezzi porosi insaturi è di fondamentale importanza definire i seguenti parametri:

contenuto idrico:

$$\theta = \frac{V_w}{V_{totale}} \quad (1.4)$$

con valori compresi tra: $\theta_0 \leq \theta \leq n_c$, dove con θ_0 si è indicato il contenuto idrico irriducibile, ovvero quella soglia minima di acqua che non può essere liberata per sola gravità;

grado di saturazione:

$$S = \frac{V_w}{V_{vint}} \quad (1.5)$$

con valori compresi tra: $0 \leq S \leq 1$, sussiste inoltre il legame:
 $\theta = n_c \cdot S$

In un mezzo poroso insaturo convivono le due fasi, aria ed acqua; tra due fluidi immiscibili che entrano in contatto si crea una differenza di pressione tra le due facce della superficie di separazione; questa differenza di pressione prende il nome di pressione capillare,

$$p_c = p_a - p_w$$

L'aria all'interno dei vuoti è a pressione atmosferica $p_a = 0$, quindi l'acqua all'interno di essi sarà ad una pressione p_w minore di quella atmosferica e quindi in depressione.

Un acquifero può essere definito come un ammasso poroso su larga scala, che permette il movimento dell'acqua in esso immagazzinata. Di questo si possono distinguere una fascia superiore, insatura, che parte dal piano campagna e termina sulla *superficie idrica* (water table). Quest'ultima, caratterizzata dalla saturazione, rappresenta il limite superiore della frangia capillare, zona satura dove l'acqua è presente per risalita capillare, e per questo in condizioni di depressione. Scendendo si individua la *superficie freatica*, contraddistinta da pressione relativa nulla, da essa inizia la cosiddetta falda acquifera. Tali limiti sono variabili nel tempo, in funzione anche delle ricariche che il complesso riceve. Il limite inferiore è invece costituito da uno

strato di suolo impermeabile che generalmente affiora nelle zone di ricarica. Falde confinate da un tetto impermeabile a quota inferiore della superficie freatica vengono definite in pressione, artesiane se detta superficie supera il piano campagna. in mancanza di tale tetto la falda è detta freatica.

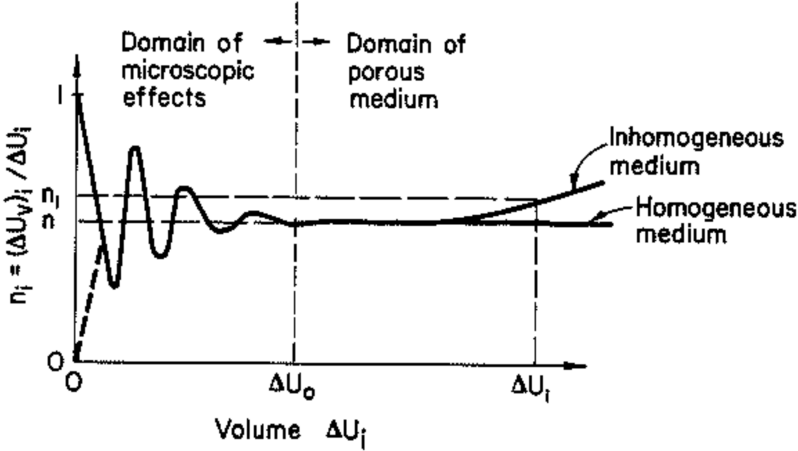


Figura 1.1: Volume rappresentativo [8]

1.1 Il moto nei mezzi porosi

L'analisi di seguito riportata del moto dei fluidi attraverso i mezzi porosi, si basa sull'ipotesi fondamentale di considerare il dominio di studio come continuo e quindi assumere estese ad un intorno volumetrico più o meno ampio le proprietà del mezzo riscontrate in un punto.

Tale intorno viene definito "volume rappresentativo elementare" (R.E.V.) ed è oggettivamente caratterizzato dalla seguente proprietà: le grandezze mediate su di esso non devono dipendere dalla sua dimensione; in altre parole tale R.E.V. non deve essere troppo grande per non risentire degli effetti di bordo, e nemmeno troppo picco-

lo per non risentire della microeterogeneità di un sistema multifase quale esso rappresenta.

La velocità del moto dell'acqua all'interno del mezzo poroso è, di norma, piuttosto limitata, non superando il valore di 1 cm/s per terreni a grana grossa; a questa corrisponde un'altezza cinetica $\frac{v^2}{2g}$ di circa 1 mm in colonna d'acqua, di certo trascurabile al cospetto di quote piezometriche dell'ordine di decine di metri.

Per questo motivo generalmente si confonde il carico totale H con il carico piezometrico, dato dalla somma della quota geodetica z e dell'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \cong z + \frac{p}{\gamma} = h \quad (1.6)$$

La bassa velocità di movimento dell'acqua nel mezzo poroso garantisce condizioni di moto laminare, condizione analiticamente individuabile da un parametro adimensionale, il numero di Reynolds, $Re = \frac{\rho V \cdot d_{10}}{\mu}$. Nei mezzi porosi lo si specializza prendendo, come dimensione caratteristica del meato in cui si muove l'acqua, il valore del d_{10} , ovvero il diametro del setaccio a cui passa il 10% in peso del campione costituente la matrice solida, sciolta per essiccazione. Si è indicato con ν la viscosità cinematica dell'acqua ($10^{-6} \frac{m^2}{s}$). Per $Re < 2$ si ha moto laminare, per $Re > 200$, riscontrabile nella realtà in qualche mezzo fratturato, si registra un moto turbolento.

1.2 Legge di Darcy

La legge che regola il moto nei mezzi porosi è dovuta ad uno studio condotto nel 1852 da Henry Darcy, avvalendosi di un permeametro a carico costante, schematicamente riprodotto in fig. 1.2.

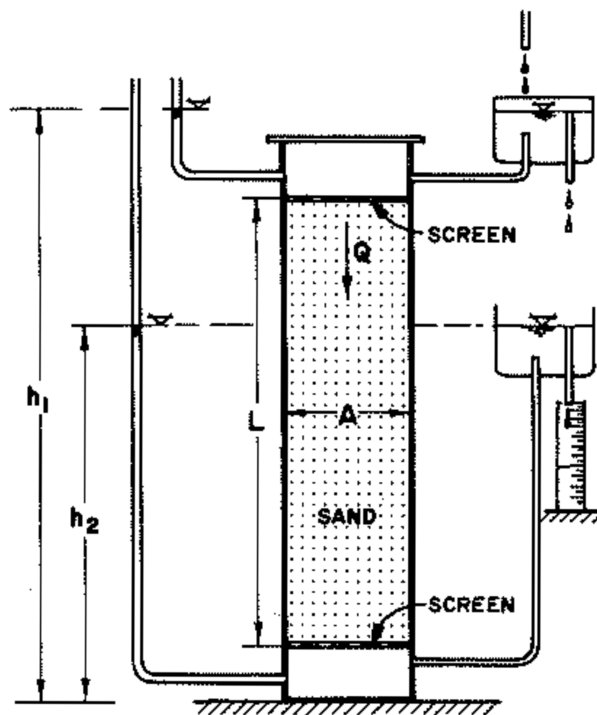


Figura 1.2: Permeametro a carico costante [9].

Questi, con diverse sperimentazioni, riuscì a correlare la portata complessiva filtrante, per unità di sezione del filtro, al gradiente idraulico, ovvero al rapporto tra la differenza di carico tra monte e valle ($h_1 - h_2$) e la lunghezza L del filtro poroso:

$$\frac{Q}{A} = K \cdot \frac{(h_1 - h_2)}{L} \quad (1.7)$$

Il parametro K , definito permeabilità (hydraulic conductivity), tiene conto della natura del mezzo poroso ma anche del liquido in gioco; ha le dimensioni di una velocità. Può essere scisso ulteriormente

secondo la relazione $K = k \cdot \frac{g}{\nu}$, dove k viene definita permeabilità intrinseca del mezzo (permeability), g è l'accelerazione di gravità, ν la viscosità cinematica del fluido.

In suo onore, viene chiamata *velocità di Darcy* il rapporto tra la portata Q e la sezione A del filtro, trasversale al moto

$$v_D = \frac{Q}{A} \quad (1.8)$$

in realtà, anche se dimensionalmente è una velocità, di fatto rappresenta la portata specifica per unità di sezione del filtro. La reale velocità media di avanzamento del fluido è invece definita *velocità effettiva* e si ottiene dividendo la medesima portata per la sezione netta utile al filtraggio, ovvero il prodotto della sezione lorda per la sua porosità superficiale. Ipotezzando di poter approssimare tale porosità con quella media di volume n , e considerando un mezzo saturo, l'espressione che si ricava è:

$$v = \frac{Q}{n \cdot A} \quad (1.9)$$

È immediato riconoscere il legame tra le due grandezza, $v = \frac{v_D}{n}$.

1.2.1 Generalizzazione della legge di Darcy

Per estendere il concetto appena esposto ad un mezzo continuo, bisogna introdurre innanzitutto la nozione di carico idraulico come il rapporto tra la perdita di carico infinitesima dH , conseguente al movimento infinitesimo del fluido secondo la direzione del moto ds : $-\frac{dH}{ds}$ ¹;

¹In questo caso si è fatto riferimento alla terna intrinseca (s , direzione del moto; n , normale nel piano della traiettoria; b , binormale), in questo riferimento il gradiente idraulico ha solo una componente non nulla. Nel caso di una terna generica (x,y,z , di versori i, j, k) il gradiente assume la forma: $\nabla H = \text{grad}(H) = \vec{i} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial H}{\partial z}$.

Il segno negativo sta a significare che il movimento è compiuto a scapito di una perdita energetica.

Un'ulteriore fondamentale estensione va fatta alla tipologia del mezzo poroso; nel caso di un mezzo omogeneo ma non isotropo la permeabilità intrinseca non è più uno scalare, ma diviene un tensore del terzo ordine simmetrico (1.10), nel caso di un mezzo anche eterogeneo essa varia da punto a punto.

$$\underline{\underline{k}} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

La legge di Darcy può quindi essere riscritta in forma generalizzata:

$$Q = \underbrace{\underline{\underline{k}} \cdot \frac{g}{\nu}}_K \cdot \nabla H \cdot A \quad (1.11)$$

o in termini di vettore velocità:

$$\mathbf{v} = K \cdot \nabla H \quad (1.12)$$

Un ultima generalizzazione per la permeabilità concerne l'estensione ai mezzi insaturi. La presenza dell'aria limita la sezione utile ai fini del passaggio dell'acqua, inoltre dà luogo alla formazione di menischi capillari che interferiscono con il libero movimento del liquido. È possibile allora correggere la permeabilità satura K moltiplicandola

per un fattore riduttivo $K_r(\theta)$, generalmente indicato come permeabilità relativa, funzione crescente con il contenuto idrico. La 1.11 può essere allora riscritta nella forma: $Q = K_r(\theta) \cdot \underbrace{K}_{satura} \cdot \nabla H \cdot A$

Il valore di K_r viene generalmente stimato con formule empiriche quali quelle dovute a [10], [11], [12] e [13].

1.3 Equazione di continuità

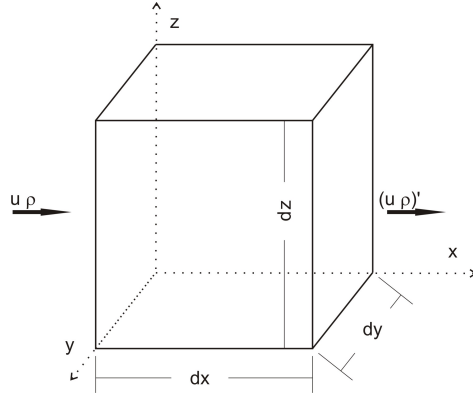


Figura 1.3: Bilancio di massa in un volumetto elementare;

L'equazione indefinita di continuità di un fluido in un mezzo poroso saturo può essere espressa nella forma:

$$\frac{\partial(n \cdot \rho)}{\partial t} + \text{div}(n \cdot \mathbf{v} \cdot \rho) = 0 \quad (1.13)$$

dove ρ è la densità dell'acqua, $n \cdot v$ rappresenta la velocità di Darcy. Nell'ulteriore ipotesi di matrice solida indeformabile la porosità n , ovvero il contenuto d'acqua θ per mezzo saturo, risulta costante e può essere portato fuori derivata; nel caso sia presente una sor-

gente di portata specifica² q con densità ρ^* , applicando la legge di conservazione della massa, si ottiene il seguente bilancio:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{v}) = \rho^* \frac{q}{\theta} \quad (1.15)$$

nel caso di estrazione q è negativa e $\rho^* = \rho$.

1.4 Relazione tra permeabilità e porosità

Diverse sono le relazioni sperimentali ottenute per correlazione tra porosità e permeabilità, per diversi tipi di mezzo poroso. In particolare la relazione di Kozeny-Carman, applicata ad un mezzo poroso costituito da sfere uniformi di diametro D ed all'acqua come fluido interstiziale, diviene [9]³:

$$K = \frac{g}{\nu} \cdot \frac{D^2}{180} \cdot \frac{n_c^3}{(1 - n_c)^2} \quad (1.16)$$

Altra formulazione empirica valida per flusso idrico in terreni sabbiosi è dovuta a Bretjinski [14]⁴:

$$K = 38.78 \cdot \theta^7 \quad (1.17)$$

Da entrambe le relazioni si evince che la permeabilità cresce molto più che linearmente con la porosità.

²per unità di volume. Si può vedere il bilancio come esteso ad un volume finito Ω , in tal caso si ottiene:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(v) \right) = \rho^* \frac{Q}{\theta} \quad (1.14)$$

in cui Q è la portata globalmente entrante in Ω .

³la permeabilità K risulta espressa in $\frac{m}{s}$, esprimendo D in m , l'accelerazione di gravità g in $\frac{m}{s^2}$, e la viscosità cinematica ν in $\frac{m^2}{s}$

⁴ K in $\frac{m}{s}$

1.5 Equazione del trasporto

1.5.1 Definizioni

Nel fenomeno di trasporto di soluti nei mezzi porosi si distinguono due tipi di concentrazione [15]:

1. *concentrazione residente*

$$C = C^r = \frac{M_{\text{soluto}}}{V_w} \left[\frac{M}{L^3} \right] \quad (1.18)$$

con M_{soluto} massa di soluto presente in un campione, V_w il volume liquido del campione esaminato;

2. *concentrazione di flusso*

$$C^f = \frac{\Phi_s}{\Phi_w} \left[\frac{M}{L^3} \right] \quad (1.19)$$

dove Φ_s rappresenta il flusso di soluto $\left[\frac{M}{T \cdot L^2} \right]$ nella direzione principale del flusso idrico, Φ_w il flusso idrico $\left[\frac{L^3}{T \cdot L^2} \right]$.

1.5.2 Distribuzione spaziale e temporale di un soluto

Sia Ω un dominio spaziale tridimensionale di un acquifero, con frontiera Γ , e sia $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ il generico vettore posizione; si consideri l'immissione di un numero N discreto di particelle di un soluto conservativo da una sorgente posizionata ad $\mathbf{x} = 0$, al tempo $t = 0$. Dette particelle, spinte dal moto di fondo, si propagheranno nel dominio Ω . Ad un fissato tempo t_w , si ipotizzi di fare un monitoraggio in un punto generico interno al dominio, individuato dal vettore posizione $\mathbf{x}$, e di ritrovarvi un numero n di particelle (con $n < N$) in un intorno spaziale $\Delta\Omega$ del punto detto. In termini discreti, il rapporto $\frac{n}{N}$, rappresenta la frequenza della classe di ampiezza $\Delta\Omega$ della variabile aleatoria: “*concentrazione spaziale di particelle*”. Tale rapporto può essere posto in termini di massa per unità di volume moltiplicando

numeratore e denominatore per la massa μ della singola particella e dividendo per il volume considerato: $\frac{1}{\Delta\Omega} \frac{n \cdot \mu}{N \cdot \mu} = \frac{C}{M}$, dove $C = \frac{n \cdot \mu}{\Delta\Omega}$ è la concentrazione residente dell'unità di volume (l'intorno $\Delta\Omega$), $M = N \cdot \mu$ rappresenta la massa complessivamente penetrata nel dominio fino al tempo t . La stessa massa M , in termini continui, può essere espressa dalla seguente: $M(t) = \int_{\Omega} C(\mathbf{x}, t) d\Omega$

Passando al limite per $\Delta\Omega$ che tende a 0, si ottiene la densità di probabilità:

$$f_x(\mathbf{x}, t_w) = \frac{C(\mathbf{x}, t_w)}{M} \left[\frac{1}{L^3} \right] \quad (1.20)$$

generalmente indicata come “*location probability*”. Integrandola nello spazio si può ottenere la sua primitiva F_x , che rappresenta la probabilità di trovare, al tempo t_w e al generico punto individuato da $\mathbf{x}$, una particella rilasciata alla sorgente al tempo $t=0$.

Con ragionamento del tutto equivalente, facendo riferimento questa volta al generico istante t , ma ad un fissato punto $\mathbf{x}_w$, si supponga di individuare il tubo di flusso con sezione trasversale A , di modo che quest'ultima rappresenti un intorno areale proprio del punto di monitoraggio. Eseguendo un analogo campionamento, ma questa volta conteggiando il numero di particelle n_t che transitano nell'intervallo temporale Δt , si ricava il rapporto $\frac{1}{\Delta t} \frac{n_t}{N}$ che rappresenta il flusso delle particelle di soluto. Più precisamente si può scrivere: $\frac{1}{\Delta t} \frac{n_t \cdot \mu}{N \cdot \mu} = \frac{C^f \cdot v \cdot \theta \cdot A}{M}$, dove $C^f = \frac{n_t \cdot \mu}{v \cdot \theta \cdot A \cdot \Delta t}$ rappresenta questa volta la concentrazione di flusso (massa di soluto rapportata al volume liquido).

Passando al continuo, nel limite per Δt che tende a zero, si ottiene la cosiddetta “*travel time probability*”:

$$f_t(\mathbf{x}_w, t) = \frac{v \cdot \theta \cdot A \cdot C^f(\mathbf{x}_w, t)}{M} \left[\frac{1}{t} \right] \quad (1.21)$$

Integrandola nel dominio del tempo si ottiene la sua primitiva F_t , che

rappresenta la probabilità di ritrovare nel fissato punto individuato da $\mathbf{x}_w$, ad un tempo inferiore o uguale a t , una particella rilasciata alla sorgente al tempo $t=0$.

1.5.3 Equazione di advezione-dispersione

Sotto le stesse ipotesi di matrice indeformabile e mezzo saturo utilizzate per la 1.15, applicando il medesimo bilancio, questa volta non all'acqua ma alla massa di soluto, si ricava un'espressione del tutto simile:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \text{div}(C \cdot \mathbf{v}_{\text{tot}}) = \pm C^* \frac{q}{\theta} \quad (1.22)$$

dove, con analoghe notazioni, q rappresenta un'eventuale sorgente inquinante con concentrazione di ingresso C^* ; nel caso di estrazione q è negativa e C^* coincide con la concentrazione locale C interna al dominio. L'argomento della divergenza rappresenta il flusso totale, dovuto al movimento delle particelle del soluto con velocità $\mathbf{v}_{\text{tot}}$; tale flusso si può idealmente scindere in tre aliquote, advettivo, diffusivo e dispersivo.

1. Il flusso advettivo ($C \cdot \mathbf{v}$), di natura conservativa, è generato dal gradiente idraulico la cui velocità $\mathbf{v}$ è ricavabile dalla 1.11.
2. Per introdurre il flusso diffusivo si richiama la I^a legge di Fick, la quale afferma che un soluto disperso in un liquido in quiete, è soggetto a movimento in presenza di un gradiente di concentrazione (∇C) secondo la relazione:

$$\Phi_{diff} = -D_m \cdot \nabla C \quad (1.23)$$

dove $D_m [\frac{L^2}{T}]$ è il coefficiente di diffusione molecolare della specie chimica del soluto considerato⁵, Φ_{diff} rappresenta il flusso

⁵per ioni liberi generalmente è dell'ordine di $10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, mentre per molecole organiche diminuisce anche di due ordini di grandezza.

massico di soluto $[\frac{M}{T \cdot L^2}]$; il segno meno indica che il movimento avviene a seguito di una diminuzione del gradiente, ovvero si verifica una diluizione. Ciò fa presagire che il sistema tenderà verso una più bassa concentrazione di equilibrio. Nell'ambito dei mezzi porosi quest'ultimo coefficiente necessita di un'opportuna riduzione, per tener conto del fatto che la diffusione è limitata dalla presenza della matrice porosa e della tortuosità dei meati lungo i quali deve esplicarsi, generalmente

$$d_m^* \cong \frac{D_m}{\tau}$$

con τ fattore di tortuosità, di cui ad esempio, è stato stimato un valore di circa 1.5 per terreni granulari non consolidati [9].

3. Per definire l'ultimo tipo di flusso può essere adottato ancora lo stesso modello Fikiano, introducendo il parametro D_{disp} , questa volta di dispersione meccanica:

$$\Phi_{disp} = -D_{disp} \cdot \nabla C \quad (1.24)$$

Questo termine tiene conto dei fenomeni di natura cinematica che intercorrono tra la matrice solida e il fluido, comportando una differenziazione locale della velocità, che può localmente accelerare o ritardare rispetto al moto medio.

Alla piccola scala del poro intergranulare si può già notare la variabilità della velocità descritta dal profilo parabolico, tipico del moto laminare in esame (fig.1.4). Nel caso di pori che puntualmente presentano differenti dimensioni, differenti sviluppi avranno i rispettivi profili di velocità, con conseguenti differenti tempi di propagazione del soluto.

Ad una scala leggermente più grande si può notare che, per effetto della tortuosità, particelle originate da punti vicini possono seguire

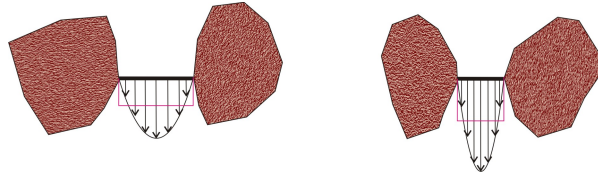


Figura 1.4: Profilo di velocità di tipo laminare in un meato.

percorsi diversi e mostrare tempi di arrivo differenti. Ingrandendo ancora la scala di osservazione, si può comprendere come, molto similmente, zone a differente conducibilità provocano effetti analoghi di differenziazione delle velocità di trasporto.

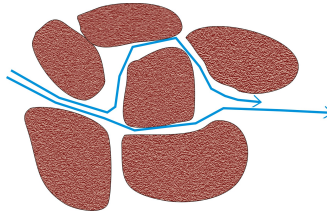


Figure 1.5: Differenziazione dei tempi di arrivo per effetto della tortuosità.

Da quanto detto si evince che tale dispersione è strettamente legata tanto alla velocità dell'acqua quanto alla tortuosità dell'assemblamento spaziale dei pori. Per quantificare quest'ultima caratteristica si introduce un parametro detto di *dispersività* α , che ha le dimensioni di una lunghezza. Generalmente esso varia da punto a punto ed in funzione della direzione; facendo riferimento ad un dominio omogeneo ed isotropo, si può giungere alla semplificazione a sole due componenti: quella longitudinale α_L , che si esplica lungo la direzione principale del moto, e quella trasversale α_T , che si esplica appunto trasversalmente e risulta sperimentalmente essere di un ordine di grandezza inferiore alla prima componente [9]. Studi sperimentali inoltre ne hanno mostrato una dipendenza diretta con la scala di osservazione [16].

Nel caso semplificato di flusso monodirezionale con componente

unica v della velocità, per l'ipotesi lineare di Bear-Bachmat [17], il legame tra dispersione meccanica e coefficiente di dispersività diviene:

$$D_L^{disp} = a_L \cdot v \quad (1.25)$$

$$D_T^{disp} = a_T \cdot v \quad (1.26)$$

ed in forma matriciale, aggiungendovi anche il contributo della diffusione, si perviene alla definizione del termine di dispersione idrodinamica:

$$D = \begin{vmatrix} a_L \cdot v & 0 & 0 \\ 0 & a_T \cdot v & 0 \\ 0 & 0 & a_T \cdot v \end{vmatrix} + d_m^* \quad (1.27)$$

Nel caso più generale di coesistenza delle tre componenti della velocità, il generico elemento $D_{i,j}$ del tensore di dispersione idrodinamica può essere espresso nella forma compatta:

$$D_{i,j} = \alpha_T \cdot |\mathbf{v}| \cdot \delta_{i,j} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{v_j \cdot v_i}{|\mathbf{v}|} + d_m^* \quad (1.28)$$

dove $\delta_{i,j}$ è la delta di Kronecker, pari a 1 per $i=j$, nulla altrimenti.

Richiamando la 1.22, ed introducendovi nella divergenza i tre flussi descritti si ottiene la seguente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C \cdot \mathbf{v}) = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C) \pm C^* \frac{q}{\theta} \quad (1.29)$$

Per il trasporto di soluti non conservativi, la 1.22 deve essere ulteriormente specializzata per tener conto di eventuali fenomeni di

variazioni di concentrazione dovuti a produzione, adsorbimento e decadimento radioattivo; globalmente possono essere espressi con il simbolo Λ , che indica la variazione di massa dell'inquinante in rapporto al volume liquido. Si possono inoltre distinguere le ricariche con portata q_{in} e concentrazione C_{in} dagli emungimenti di portata q_{out} , con concentrazione C :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C \cdot \mathbf{v}) = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C) + \frac{q_{in}}{\theta} \cdot C_{in} - \frac{q_{out}}{\theta} \cdot C + \Lambda \quad (1.30)$$

Alla luce di quanto detto, è possibile chiarire il legame intercorrente tra i due tipi di concentrazione definiti in 1.18 e 1.19 [15]:

$$C^f = C - \frac{1}{|\mathbf{v}|} \left(D_{i,j} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \right) \quad (1.31)$$

dove con $\frac{\partial}{\partial x_j}$ si è indicato, con notazione einsteiniana, l'operatore divergenza. La 1.31 chiarisce che le due concentrazioni si differenziano solo dove esiste un gradiente di concentrazione, ovvero ai bordi del pennacchio, dove agisce la dispersione e la diffusione, ed alla frontiera del dominio, dove si diversificano per le condizioni al contorno.

Si definisce “*curva di penetrazione*” la variazione della concentrazione nel tempo, in un determinato punto. In assenza di fenomeni diffusivi e dispersivi la concentrazione iniettata all'istante iniziale viene trasportata solidalmente con il moto medio; immaginando un dominio monodimensionale (*penetrazione in colonna filtrante*), l'iniezione può essere rappresentata da una funzione a gradino, che si propaga rigidamente nel verso del moto, ed è rappresentata dalla curva di colore nero in fig.1.6. La dispersione idrodinamica invece, provocherà un anticipo di alcune particelle rispetto al fronte verticale che avanza con velocità pari al moto medio, ed equivalentemente dal punto di vista statistico, provocherà un ritardo relativo di altrettante particelle, andando a generare una curva di penetrazione inclinata e

sovrapposta alla precedente. Tale fenomeno è ben interpretato da un parametro adimensionale, il numero puro di Peclet:

$$P_e = \frac{v \cdot d}{d_m^*}$$

dove d è una dimensione caratteristica, generalmente ben identificata dal diametro medio dei pori d_{50} . Per gli esperimenti condotti tale parametro ha assunto valori dell'ordine di $P_e \simeq \frac{1 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 1 \text{mm}}{10^{-4} \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}} \simeq 10^4$, palesando una componente advettiva certamente dominante su quella diffusiva. Per meglio stimare la variabilità del fenomeno nella sua interezza, risulta utile introdurre una variante al numero puro prima citato:

$$P'_e = \frac{v \cdot d}{D_L} \quad (1.32)$$

In questo caso al denominatore compare il termine somma delle due componenti, dispersiva e diffusiva, valutato nella direzione del moto. $P'_e > 1$ indica che il trasporto advettivo è prevalente sulla dispersione idrodinamica.

Nella fig. 1.6 sono mostrate diverse curve di penetrazione al variare di P'_e ($d = 1 \text{ mm}$, $v = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$), calcolate in un fissato punto x_0 al variare del tempo, facendo uso della soluzione analitica del caso monodimensionale di cui si dirà a breve (eq. 1.35); l'asse dei tempi è stato adimensionalizzato mediante il tempo di arrivo $T_0 = \frac{x_0}{v}$, quello delle ordinate con la concentrazione di ingresso C_0 . Dalla figura si evince come al diminuire di P'_e la curva tende ad inclinarsi, addirittura perdendo la classica forma ad S per $P'_e < 10^{-3}$.

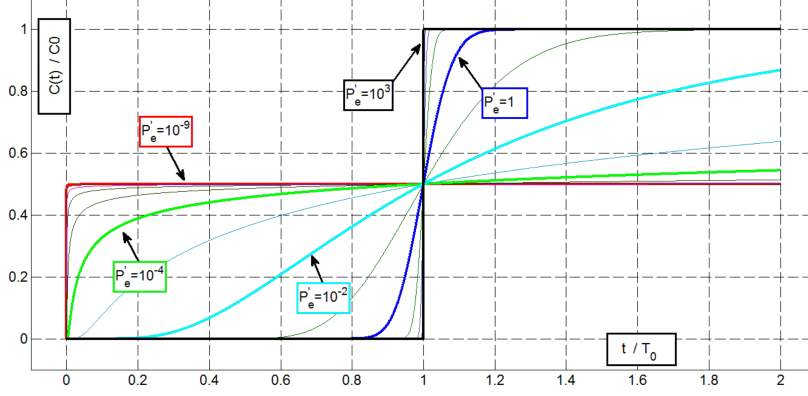


Figura 1.6: Curve di penetrazione al variare del numero di Peclet.

1.5.4 Soluzioni analitiche A.D.E.

Nel caso monodimensionale del trasporto di un soluto conservativo in una colonna di sezione A , detta x la direzione del moto, la 1.30 si riduce alla seguente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - u \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1.33)$$

Ipotizzando alla sorgente una variazione impulsiva della concentrazione di ingresso, che istantaneamente da θ si porta al valore C_0 , si dimostra [15] che la distribuzione di concentrazione nella colonna, per $x > 0$, ammette la soluzione:

$$C(x, t) = \frac{M}{2 \cdot \theta \cdot A \cdot \sqrt{\alpha_L \cdot u \cdot t \cdot \pi}} \cdot \exp \left[- \left(\frac{x - u \cdot t}{2 \cdot \sqrt{\alpha_L \cdot u \cdot t}} \right)^2 \right] \quad (1.34)$$

dove M rappresenta la massa iniettata alla concentrazione iniziale C_0 , u l'unica componente non nulla della velocità del fluido. É immediato riconoscere che la 1.34, a meno di fattori costanti, rappresenta una gaussiana di media $\bar{x} = ut$ e varianza $\sigma^2 = 2 \cdot \alpha_L \cdot u \cdot t$. Questa

constatazione chiarisce la natura statistica della dispersione, che può essere vista come una distribuzione normale delle particelle di soluto intorno alla posizione media, dettata dal moto advettivo a velocità $u \cdot t$.

Nel caso invece di un'iniezione continua semidefinita nel tempo (per $t > 0$), cosiddetta a “gradino”, si dispone di una soluzione in forma chiusa [9]:

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \cdot \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - u \cdot t}{2 \cdot \sqrt{\alpha_L \cdot u \cdot t}} \right) + \right. \\ \left. - \exp \left(\frac{x}{\alpha_L} \right) \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{x + u \cdot t}{2 \cdot \sqrt{\alpha_L \cdot u \cdot t}} \right) \right) \right\} \quad (1.35)$$

Una soluzione relativa ad una sorgente continua e puntiforme con moto piano (x, y) stazionario ed uniforme, caratterizzata da un'unica componente della velocità u in direzione x , viene proposta da [18] facendo ricorso ad un integrale di convoluzione:

$$C(x, y, T) = \\ = \int_0^T F(t) \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot (T-t) \cdot \sqrt{D_x \cdot D_y}} \cdot \exp \left[-\frac{(x-u(T-t))^2}{4 \cdot (T-t) \cdot D_x} - \frac{y^2}{4 \cdot (T-t) \cdot D_y} \right] \cdot dt$$

$F(t)$ rappresenta la portata massica di iniezione al punto sorgente ($x = 0, y = 0$), soddisfacente l'ipotesi di piccolezza della portata di iniezione per non influenzare il moto di fondo; T è il momento in cui si calcola la distribuzione nel piano della concentrazione $C(x, y, T)$.

Sempre nel caso di flusso monodirezionale in direzione x , sotto alcune ipotesi quali l'omogeneità del dominio semidefinito verso valle e di immissione da una finestra ortogonale al flusso, di dimensioni Y e Z , una particolare espressione è stata proposta da 19:

$$\frac{C(x, y, z, t)}{C_0} = Fx \cdot Fy \cdot Fz \\ Fy = \frac{1}{2} \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y+Y/2}{2\sqrt{t \cdot D_T}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y-Y/2}{2\sqrt{t \cdot D_T}} \right) \right] \\ Fz = \frac{1}{2} \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{z+Z/2}{2\sqrt{t \cdot D_T}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{z-Z/2}{2\sqrt{t \cdot D_T}} \right) \right] \quad (1.36)$$

dove $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\tau^2} d\tau$ è la funzione errore, $erfc(x) = 1 - erf(x)$ la funzione errore complementare, x è la direzione del moto di fondo con velocità u , C_0 la concentrazione iniziale in ingresso. A differenza di altre formulazioni, la 1.36 non presenta complesse integrazioni, ma risente delle approssimazioni in prossimità della sorgente.

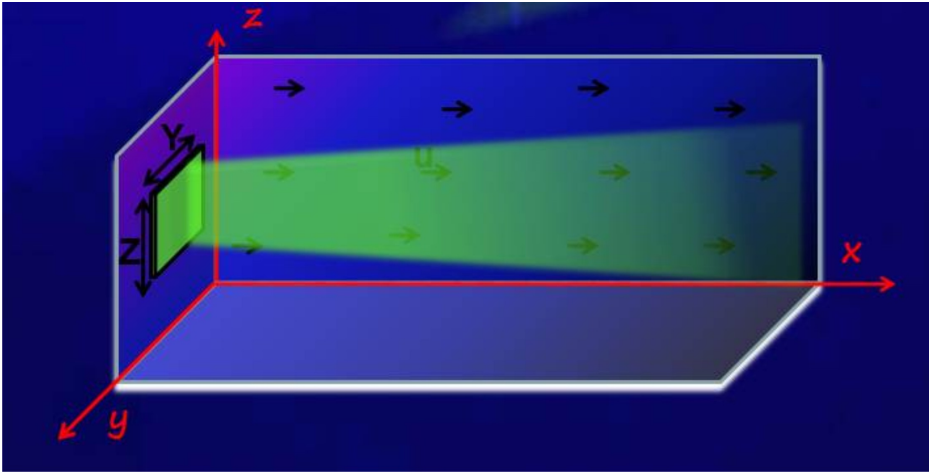


Figura 1.7: Sorgente bidimensionale in dominio semidefinito verso valle, [19].

Capitolo 2

Modelli fisici precedenti

2.1 Introduzione

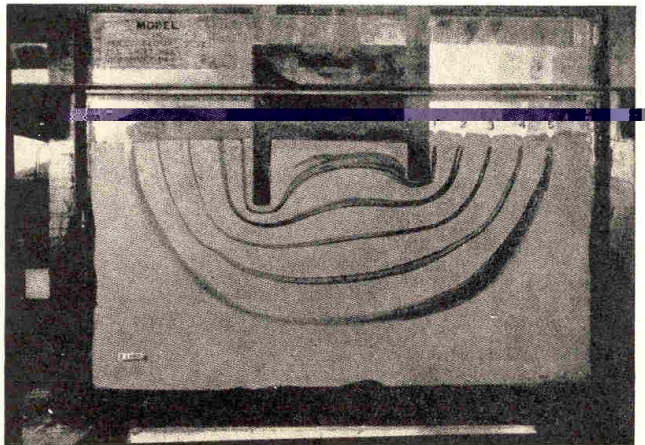


Figura 2.1: Visualizzazione delle linee di corrente al di sotto di una traversa, [20]

Per mettere in luce i vari fenomeni concernenti il movimento dei fluidi e dei soluti nelle acque sotterranee, diversi autori nel passato si sono spesi nella realizzazione di modelli fisici, ricorrendo alle più varie metodologie scientifiche.

Modelli fisici realizzati in ambienti isolati e dotati di strumenta-

zioni per il monitoraggio delle variabili di interesse, vengono generalmente chiamati “sand box”. In appendice si riportano i test effettuati da diversi autori per studiare, in modelli di laboratorio, il movimento della falda all’interno del mezzo poroso e con essa il tracciante.

2.2 Test su modelli fisici

Uno dei primi modelli fisici si trova citato in Muskat, M. [21], utilizzato per visualizzare in maniera diretta le linee di corrente al di sotto di una traversa (fig. 2.1).

Nel 1961 gli autori [11] condussero uno studio della diffusione in un mezzo poroso di due fluidi miscibili. Il modello, costruito in alluminio (Figura 2.2), di dimensioni: $66 \times 3.18 \times 63.8 \text{ cm}^3$, prevedeva una parte iniziale (11 cm) divisa da un setto per evitare l’immediata miscelazione dei due liquidi. Il mezzo poroso era costituito da una mistura di sferette di vetro di diametro pari a 0.074, 0.25, 1.5 mm; il liquido in circolo era ottenuto da una miscela di *Soltron C* con un 5% di 1-iodopetano. Il movimento dei fluidi nella matrice porosa veniva visualizzato mediante l’utilizzo di raggi X.

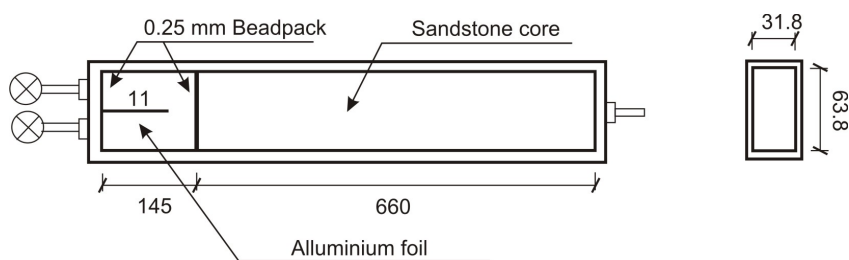


Figura 2.2: Modello bidimensionale in alluminio, [11]

Nel 1970 un ulteriore esperimento riguardante la dispersione bidimensionale di un soluto in acquifero fu eseguito da Bruch, J.C. [22] presso l’Università di Santa Barbara in California.

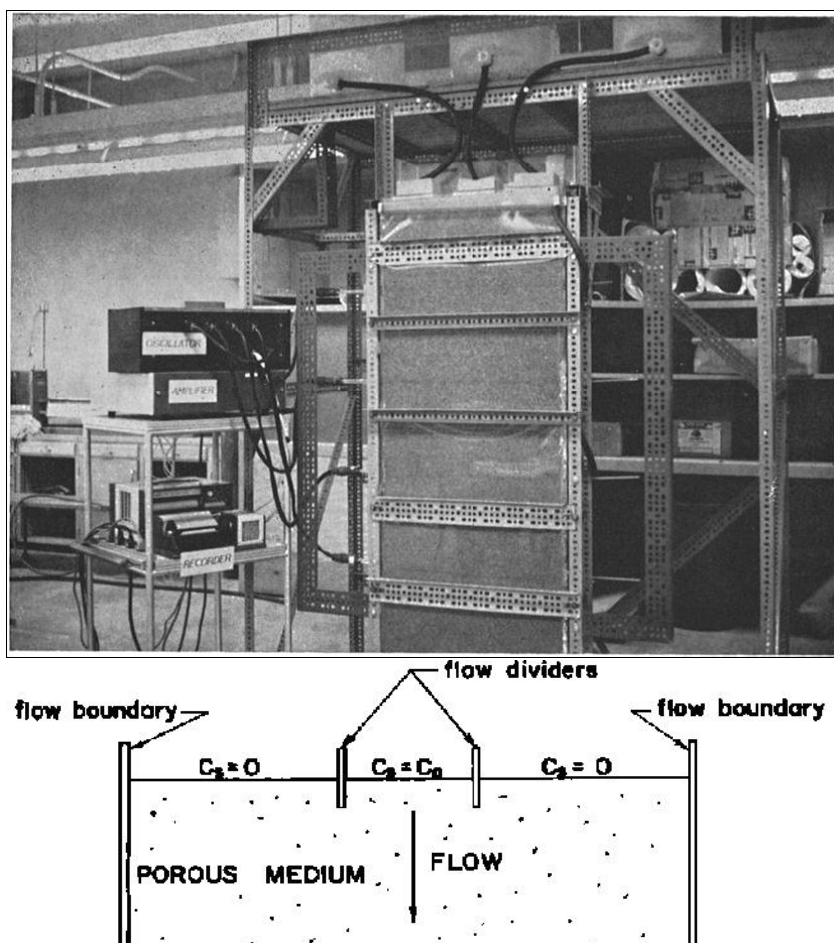


Figura 2.3: Foto e schema dell'apparato utilizzato da Bruch (1970);

Il modello utilizzato era una vasca parallelepipedica in plexiglas delle seguenti dimensioni: 152.4 cm di altezza, 60.96 cm di larghezza e 12.7 cm di profondità, il tutto riempito con sabbia saturata con acqua distillata. Il tracciante, costituito da una soluzione di NaCl, era immesso dalla sommità del modello (fig. 2.2B). La matrice del mezzo poroso era costituita da quattro lenti di materiale: partendo dal basso si sono alternati strati di sabbia avente dimensione nominale dei grani pari a 1.205 mm e 0.92 mm. La concentrazione del tracciante

è stata seguita sfruttando la sua conducibilità elettrica.

Un primo modello che sfruttava l'analogia tra il potenziale elettrico e il moto a potenziale nei mezzi porosi, fu realizzato da Bear nel 1966, simulando la falda acquifera costiera in Israele con il pannello elettrico strumentato, visualizzato in fig. 2.4.

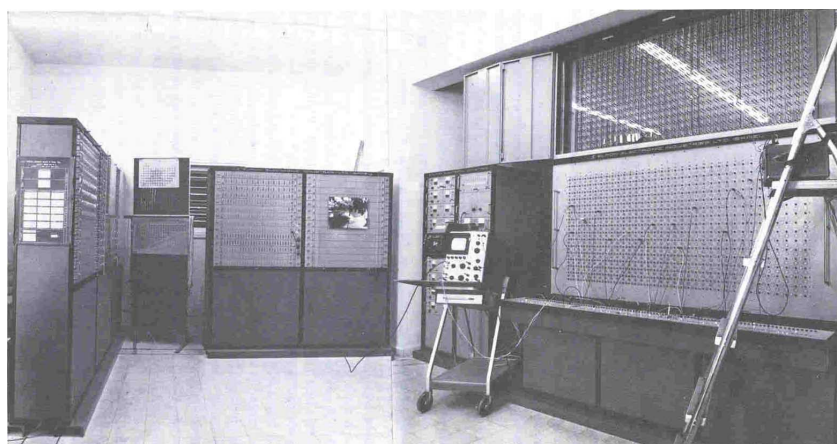


Figura 2.4: Modello analogico elettrico di una falda acquifera [23].

Negli anni 90 presso l'Università Luis Pasteur di Strasburgo è stato realizzato un modello 3D per lo studio del trasporto di sostanze inquinanti in falda. Il modello di laboratorio è costituito da una vasca con sabbia con le seguenti dimensioni: 1.90 m di lunghezza, 0.70 m di larghezza e 0.40 m di altezza. La vasca prevede un serbatoio a monte ed uno a valle, entrambi di lunghezza 0.15 m, per imporre condizioni al contorno di carico assegnato; inoltre la cella centrale di 1.60 m di lunghezza è riempita con sabbia monogranulare di dimensione pari ad 1 mm. Il tracciante utilizzato è una soluzione di cloruro di sodio a bassa concentrazione (< 1 mg/l), misurando la conducibilità elettrica nei diversi punti si è studiata la dispersione del tracciante nel mezzo poroso. Inoltre, nel 2002 presso l'Università di Tucson in Arizona Liu, Yeh e Gardiner, applicando tecniche di tomografia idraulica hanno effettuato stime della permeabilità del mezzo poroso. Per lo scopo

sono stati costruiti due modelli di dimensione $92 \times 62 \times 4.5 \text{ cm}^3$, come riportati in fig.2.5, a sinistra la simulazione di un acquifero stratificato, a destra un fondo con lenti in sabbia in forme e dimensioni diverse per rappresentare un più complesso e realistico acquifero eterogeneo. Tramite l'analisi delle pressioni rilevate in opportuni punti in seguito a prove di pompaggio, gli autori hanno ricostruito il campo di permeabilità.

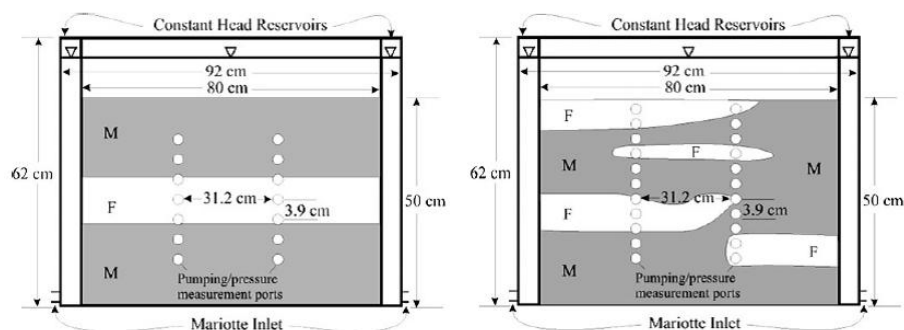


Figura 2.5: Raffigurazioni dei modelli utilizzati per l'applicazione della tomografia idraulica [24]

Parallelamente agli esperimenti in *sand box*, altre prove sono state condotte per valutare gli effetti degli errori di misura e le incertezze associate con i dati ottenuti in laboratorio. Sempre nel 2002 [25], presso l'Università di Tubinga in Germania, è stato messo a punto un modello bidimensionale in grado di simulare la diffusione dei componenti volatili degli idrocarburi nella zona insatura delle falde acquifere (fig. 2.2).

Le dimensioni della vasca sono $150 \times 58 \times 27.5 \text{ cm}^3$. Il mezzo poroso è costituito da sabbia estratta da una cava nella valle del Reno e avente un diametro medio di 0.7 mm. Flusso e livello costante dell'acqua nel modello sono stati garantiti tramite vasche di carico e l'utilizzo di pompe peristaltiche. L'inquinante, inserito nella zona insatura, è costituito da soluzioni di vari tipi di idrocarburi quali

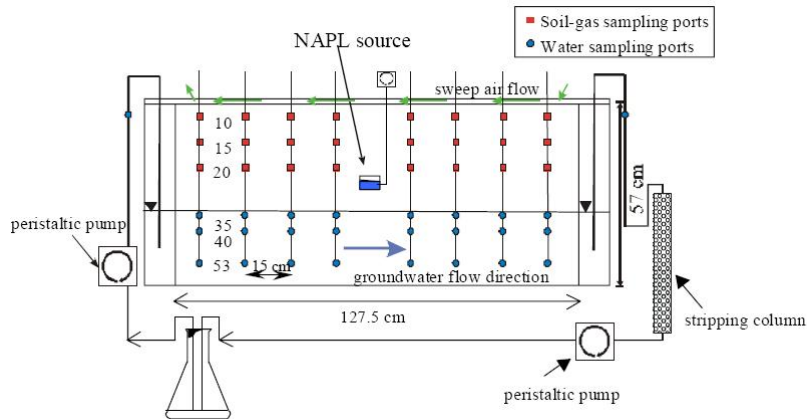


Figura 2.6: Modello sperimentale per lo studio della diffusione degli idrocarburi in zona insatura, [25].

toluene, etilbenzene, metilcicloesano, metil-tetra-butil etere e tricloroetilene. La misura della concentrazione dell'inquinante, presente in forma volatile nella zona insatura e in soluzione nella zona satura, è stata possibile tramite l'inserimento, fino a diverse profondità, di tubi del diametro di 1/8", realizzati in acciaio inox.



Figura 2.7: Rappresentazione della *sand box*, Università di Perugia, [26].

Nel 2003, presso il Dipartimento di Scienze della Terra dell'Università di Perugia, è stata progettata e costruita l'apparecchiatura di fig. 2.2, un modello di falda libera, realizzata in un box trasparente, che permette di visualizzare la superficie piezometrica e simulare il trasporto di un inquinante immesso in una falda eterogenea da una sorgente puntuale, ottenuta infiggendo una cannula nella mezzeria, ad una fissata profondità.

Le dimensioni esterne del box sono $120 \times 70 \times 10 \text{ cm}^3$, suddiviso in tre scomparti. Quello centrale è stato riempito quasi interamente con microsfere di vetro di diametro ricadente in un range $0.4 \div 0.8 \text{ mm}$, che simulano un mezzo filtrante a permeabilità medio-alta; è stata inoltre prevista una lente di microsfere di vetro di dimensioni pari a 0.1 mm , avente permeabilità molto minore. Le due vasche esterne consentono di garantire, a valle e a monte, le condizioni al contorno del tipo di Dirichlet.



Figura 2.8: Modello a campo elettrico indotto [27].

Nel 2004 è stato costruito in Francia da [27] un modello fisico capace di rilevare la superficie piezometrica all'intorno di un pozzo mediante misure del campo elettrico indotto. Il modello (fig. 2.2) è formato da un box in plexiglas di dimensioni $200 \times 50 \times 6 \text{ cm}^3$, riempito con una miscela di sabbia silicea, dove sono stati inseriti

sei piezometri di diametro 5 mm per la ricostruzione della superficie piezometrica; il pozzo è stato riprodotto tramite l'utilizzo di una pompa peristaltica. All'interno del modello è stato creato, per mezzo di elettrodi, un campo elettrico, le cui caratteristiche sono legate all'andamento della falda acquifera.

Lo studio dell'intrusione salina in una falda d'acqua dolce, problema molto vivo nelle zone costiere, è stato affrontato da Goswami e Prabhakar nel 2007 [28]. Il modello fisico è costituito da un box (fig. 2.2) di dimensioni $53 \times 30.5 \times 2.7 \text{ cm}^3$, riempita con sfere di silicio del diametro di 1.1 mm. Il flusso nell'acquifero è stato creato tramite dislivello tra carico di monte e carico di valle, ed il cuneo di acqua salata è stato simulato tramite l'inserimento di tracciante presso la vasca di carico di valle.



Figura 2.9: Fotografia dell'intrusione salina in falda acquifera (Goswami e Prabhakar, 2007).

Nel 2007 presso l'Università di Tianjin in Cina è stato condotto da Hong et al. [29] un esperimento con lo scopo di visualizzare il processo di diffusione di MTBE (metil-terziar-butiletere) in un mezzo poroso saturo. Per il test è stata costruita una vasca in plexiglas dalle dimensioni $100 \times 80 \times 15 \text{ cm}^3$, divisa in tre scomparti, uno riempito di sabbia fine misto a grossolana (0.25 e 0.50 mm), rappresentante il mezzo poroso, mentre gli altri due sono stati utilizzati per imporre carichi noti al contorno. Le tre camere sono separate

da maglie di acciaio, di dimensioni tali da evitare il passaggio della sabbia. L'inquinante è iniettato puntualmente tramite una pompa peristaltica.

Per altri progetti sperimentali si è adottato un tracciante fluorescente, perlopiù fluoresceina. Un primo esperimento di tale tipologia è stato messo a punto nel 2002 presso l'Università di Scheffield da E. Huang [30], il quale ha realizzato un modello bidimensionale per la caratterizzazione dei complessi problemi di trasporto di soluti in mezzi porosi (fig. 2.2).

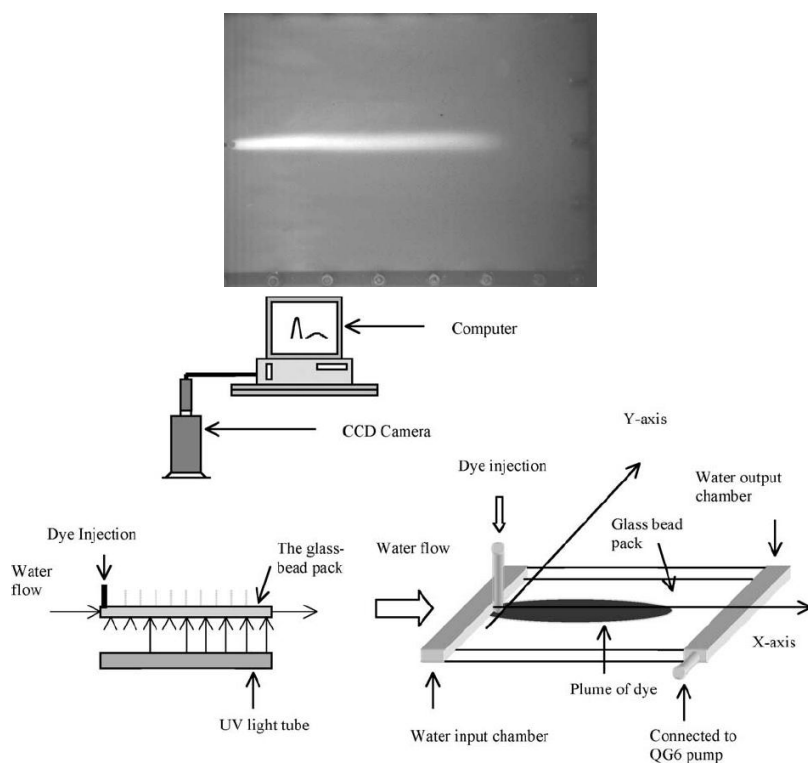


Figura 2.10: Apparato utilizzato da Huang 2002.

Le dimensioni del box, realizzato in perspex, sono $18 \times 28 \times 1 \text{ cm}^3$ e la matrice porosa è stata realizzata con sfere di vetro di diametro

0.6 ÷ 1.0 mm. Il tracciante utilizzato è fluoresceina sodica e l'intero modello è stato illuminato con lampade ad ultravioletti di potenza pari a 20 W. Il soluto è inserito nella matrice porosa saturata con acqua distillata, tramite un tubo di 0.75 cm di diametro. Le prese fotografiche sono state effettuate con la fotocamera *Hitachi KPM1*, posta a 90 cm dal modello. Le immagini sono state elaborate dopo una calibrazione del sistema, per eliminare errori di presa e di illuminazione non uniforme.

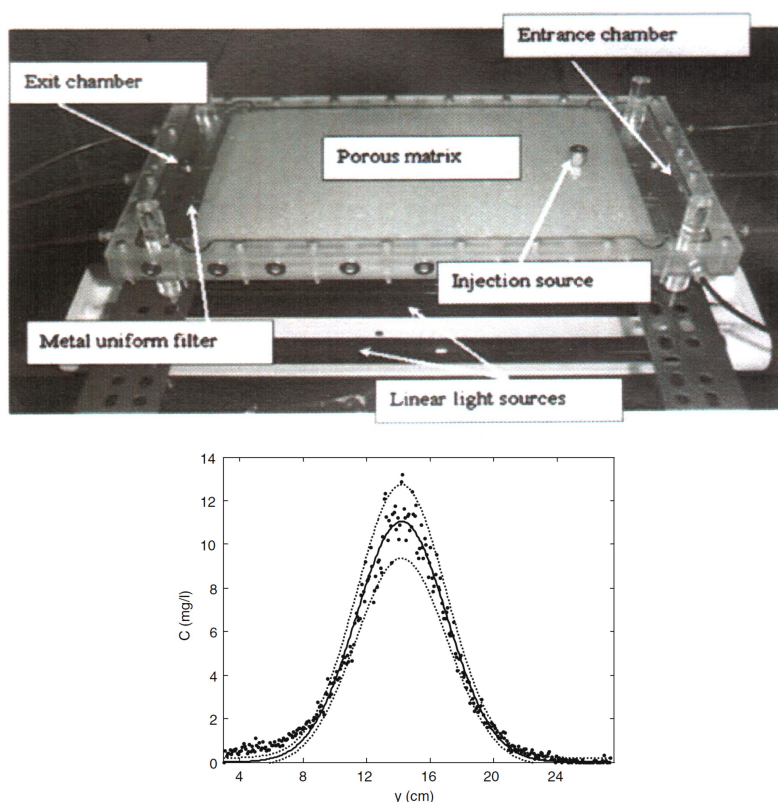


Figura 2.11: Fotografia del modello ad illuminazione UV [6] e risultato grafico delle elaborazioni.

Nel 2006 [31] presso l'Università di Genova, è stato realizzato un modello bidimensionale in plexiglas, dalle dimensioni interne di

$20 \times 28 \times 1 \text{ cm}^3$. Il mezzo poroso è costituito da sfere di vetro del diametro di 1 mm. Il modello prevede anche due vasche laterali delle dimensioni di $20 \times 4 \times 1 \text{ cm}^3$, separate dal corpo centrale da due setti in acciaio, utilizzate per l'ingresso e l'uscita dell'acqua e quindi per la creazione del moto di fondo. Il tracciante, rappresentato da fluoresceina sodica, è inserito puntualmente nel materiale poroso grazie ad una pompa peristaltica e tramite un tubo in acciaio del diametro di 6 mm. Durante il test, il tracciante viene eccitato mediante due lampade ad ultravioletti di intensità 18 W, poste al di sotto del modello ad una distanza di 60 cm, così da omogeneizzare l'illuminazione. I fotogrammi, ottenuti ad intervalli regolari sono effettuati tramite l'utilizzo di fotocamera digitale posta a 70 cm dal modello, utilizzando un filtro RGB. In seguito [6], dopo aver apportato qualche modifica come il passaggio all'illuminazione mediante lampada a scarica di colore blu, è stata indagata anche un'altra granulometria dal diametro di 2 mm giungendo, tra l'altro, ai risultati mostrati in fig. 2.11B.

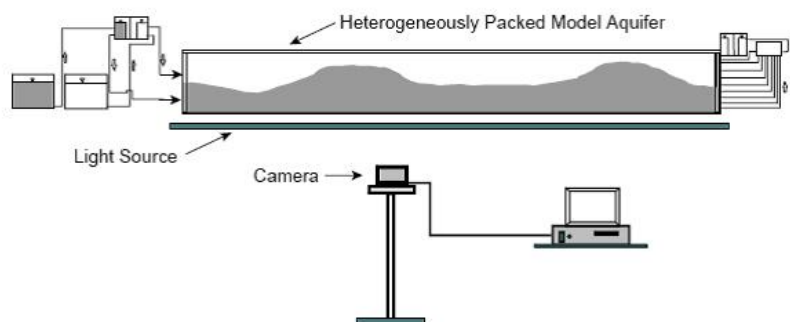


Figura 2.12: Schema del modello realizzato presso l'Università di Stoccarda,[7]

Nel 2004 Rahman et al., presso l'Università di Stoccarda, hanno realizzato tre tipologie di modelli. Il primo è costituito da un tubo elicoidale di lunghezza 170 cm e diametro 10 cm, riempito di sferette di vetro. Una volta inclinato di 35° , è stato saturato con acqua e a monte è stato quindi inserito il tracciante per verificare il

tempo impiegato da quest'ultimo per raggiungere la sezione finale. Il secondo modello è costituito da un box in vetro delle dimensioni $3.40 \times 0.50 \times 0.15 \text{ m}^3$, riempito di sabbia, nel quale è stato iniettato il tracciante per studiarne l'evoluzione. Un ultimo modello (Figura 2.2), delle dimensioni di $14 \times 0.50 \times 0.13 \text{ m}^3$, sempre in vetro, è stato utilizzato per ricreare un acquifero eterogeneo. I materiali di riempimento sono sferette in vetro dai diametri $0.75 \div 1.00 \text{ mm}$ e sabbia nei diametri nominali variabili da $0.1 \div 3.0 \text{ mm}$. I traccianti utilizzati sono di diverso tipo, conservativi come la fluoresceina o rosso coccinella, o reattivi, rilevati tramite indicatori di pH. La fotocamera utilizzata per la presa è stata una Casio QV-5700, posta ad una distanza di 1.60 m dal vetro della parete. L'illuminazione dell'apparato è stata effettuata tramite neon LUMILUX a 58 W, posti in maniera tale da coprire tutta la lunghezza dei modelli. Le immagini ottenute sono state elaborate mediante Mathworks [32].

In Svizzera, Aeby et al. hanno compiuto una sperimentazione riguardo l'utilizzo dei traccianti fluorescenti per lo studio dei fenomeni idro-dispersivi nel terreno. L'apparecchiatura utilizzata (fig. 2.2) consta di moduli di eccitazione e di rilevamento della fluorescenza dei traccianti. In particolare sono stati utilizzati una lampada allo xeno della potenza di 1 kW, raffreddata ad acqua, la cui luce emessa viene filtrata e guidata attraverso delle sostanze liquide. La luce riflessa dal terreno, contenente il tracciante, è stata acquisita, dopo opportune filtrazioni, da una camera CCD, avente una risoluzione di $1242 \times 1152 \text{ px}$ ed una profondità di colore di 16 bit. Data la configurazione della prova, ogni pixel corrispondeva ad un'area sul terreno di 1 mm^2 . Come traccianti sono stati utilizzati BF (Brilliant Sulfaflavine), SB (Sulforhodamine B monosodium salt) e OX (Oxazine 170 perchlorate).

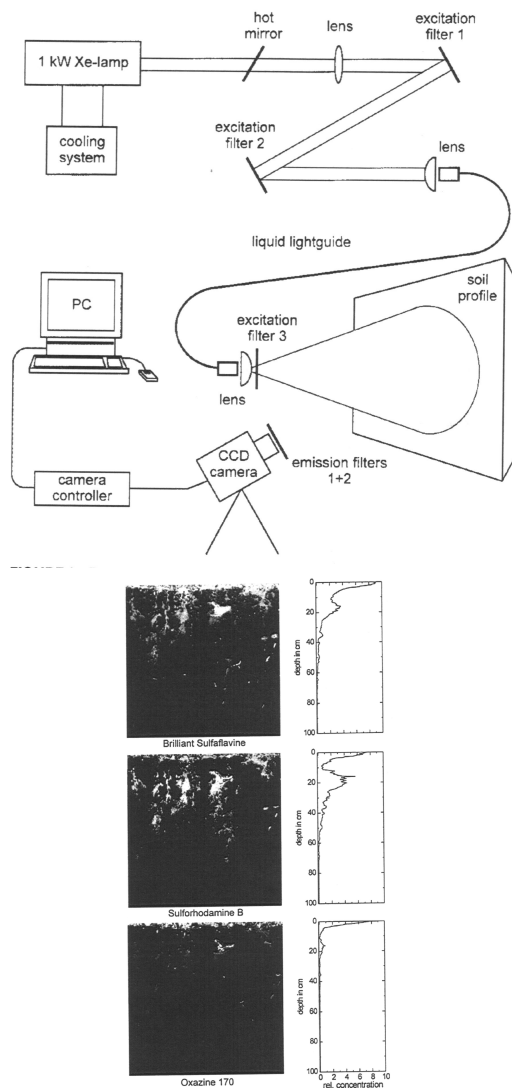


Figura 2.13: Immagini: uso di traccianti fluorescenti per prove da campo [33].

Per quantificare l'interferenza della luce di fondo, è stata acquisita un'immagine che riproduce l'emissione della luce su uno schermo grigio. Tale scatto è stato utilizzato poi per depurare le immagini delle prove, della luce di fondo. Le immagini sono state acquisite mediante il software *PixCel*, sono stati poi elaborati mediante il software

IDL. Oltre alla correzione dovuta all'illuminazione non omogenea, gli autori hanno previsto anche una procedura per la correzione dei disturbi creati dalla rugosità e dalle caratteristiche ottiche non omogenee del mezzo poroso. Sono state compiute anche delle prove sul campo, in particolare nelle foreste in Unterehrendingen in Svizzera. Mediante degli spruzzatori, è stato sparso del tracciante fluorescente (BS, SB ed OX) sul terreno. Il giorno seguente sono stati preparati dei profili verticali di terreno e, tramite la tecnica appena descritta, è stata rilevata la concentrazione dei traccianti.

Nel 2005 Persson, M. [34] presso l'Università di Lund in Svezia, è stato eseguito uno studio riportante i risultati di una serie di test mirati alla verifica di metodi per correggere l'illuminazione non uniforme di apparati sperimentali quali quelli in *sand box*, a rilevamento fotografico. In particolare si sono applicati tre metodi:

- il bilanciamento del bianco su fotogrammi in formato *RAW* e *TIFF*;
- la sottrazione del fondo, nello spazio di colore RGB;
- la sottrazione del fondo, nello spazio HSV.

Il bilanciamento del bianco è quel processo, effettuato naturalmente dall'occhio umano, che permette di riconoscere un oggetto di colore bianco, indipendentemente dalla luce che lo illumina. Le fotocamere digitali operano la correzione in automatico, andando ad individuare il cosiddetto punto del bianco, sulla base del quale vengono poi corretti i canali R, G e B. Il parametro che numericamente quantifica la luce presente, è la temperatura di colore espressa in Kelvin. La luce diurna ha una temperatura di colore che varia tra i 4800 e 6200 K a seconda del soleggiamento. Nella tecnica fotografica, la temperatura di colore è strettamente legata all'apertura del diaframma, questi due parametri possono essere correttamente impostati utilizzando un cartoncino

grigio, regolandoli affinché risulti $R=G=B=128$, con profondità di colore di 8 bit. L'autore ha utilizzato tale metodo per impostare i valori dei parametri per diverse illuminazioni, applicando la procedura sia ai fotogrammi in formato *RAW* che *TIFF*, essendo il primo l'informazione grezza catturata da sensore CCD (coupled charge device), mentre il secondo un formato compresso del tipo *lossless*, ossia senza perdite di informazioni.

Gli altri due tipi di correzione consistono nella sottrazione del fondo, operazione effettuata prima nello spazio di colore RGB, poi passando attraverso il dominio HSV. Il fondo non è altro che un cartellone di colore grigio, sovrapposto allo scenario da catturare.

Definizione matematica della correzione:

- nello spazio RGB

$$I_F(x, y) = \frac{I(x, y)}{F(x, y)} \cdot \bar{F} \quad (2.1)$$

dove $I(x, y)$ è il valore di luminosità del singolo canale (R,G,B), nel pixel di coordinata (x, y) , dell'immagine da catturare; $\bar{F}$ è la media del canale considerato sull'intera immagine di fondo, mentre $F(x, y)$ è il valore del medesimo canale, nel medesimo pixel, ma dell'immagine di fondo.

- nello spazio HSV:
 - preliminarmente bisogna convertire l'immagine nello spazio di colore HSV, spazio che può essere definito, a partire da

quello RGB, attraverso le seguenti relazioni di trasformazione:

$$\begin{aligned}
V &= \max(R, G, B) && \text{Value} \\
m &= \min(R, G, B) \\
S &= \frac{V-m}{V} && \text{Saturation} \\
H &= 0 + \frac{G-B}{6S} && \text{if } V = R \\
H &= \frac{1}{2} + \frac{B-R}{6S} && \text{if } V = G \\
H &= \frac{2}{3} + \frac{R-G}{6S} && \text{if } V = B
\end{aligned} \tag{2.2}$$

- successivamente si applica una correzione simile alla precedente ma al solo canale V (*Value*),

$$V_F(x, y) = \frac{V(x, y)}{F_V(x, y)} \cdot \bar{F}_V \tag{2.3}$$

dove $V(x, y)$ e $F_V(x, y)$ sono i valori, nel canale V , del pixel di coordinate (x, y) , rispettivamente dell'immagine da depurare e dell'immagine di fondo; $\bar{F}_V$ è la media, sempre nel canale V , di tutta l'immagine di fondo;

- infine si esegue la riconversione nel dominio RGB invertendo le 2.2.

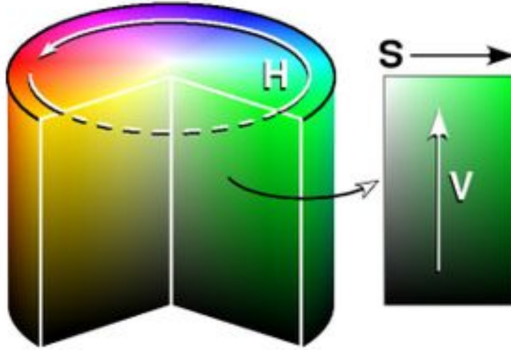


Figura 2.14: Spazio di colore HSV.

I test sono stati condotti in laboratorio, utilizzando come sorgente

di luce due lampade alogene che assorbono una potenza di 500 W e aventi una temperatura di colore di 3300 K. Le lampade, poste a circa 2 m dallo scenario, sono state angolate di 45° per limitare affetti di riflessione.

La fotocamera digitale utilizzata è stata una Nikon D100, dotata dell'obiettivo AF Nikkor 50 f/1.8 D, ed è stata posta alla stessa quota dell'apparato sperimentale, ad una distanza di circa 4 m. I fotogrammi sono stati scattati in remoto tramite il software *Nikon Capture Editor*. Nelle conclusioni, l'autore dimostra come l'applicazione delle correzioni, riduce in maniera significativa, la variabilità dei canali RGB. In particolare la procedura che ha dato i migliori risultati è stata il bilanciamento del bianco attuata sulle immagini *RAW*. E' stata inoltre effettuata anche l'operazione di calibrazione utilizzando un box realizzato in plexiglas di dimensione $0.10 \times 0.05 \times 0.025 \text{ m}^3$. Il mezzo poroso è suolo naturale, ricavato da tre diversi siti della Svezia: Revinge, Loddekoping e Lund.

Nel 2006, gli autori [35] hanno applicato la tecnica fotografica, per ricavare l'evoluzione e la concentrazione nel tempo di un tracciante in un mezzo poroso eterogeneo. La vasca è stata realizzata attraverso lastre Polycast dello spessore di 19.05 mm. Le dimensioni interne sono $6.25 \times 1.25 \times 0.05 \text{ m}^3$ ed è divisa in un serbatoio di ricarica, uno di flusso e uno di drenaggio. Quello di ricarica è a sua volta diviso in dieci zone che suddividono il flusso proveniente da una pompa peristaltica. Il mezzo poroso è costituito da materiale sintetico, composto da 25 diverse classi granulometriche, avente diametro variabile tra 0.06 e 0.60 mm. La distribuzione di permeabilità segue una funzione densità di probabilità log-normale, caratterizzata da media $\ln(k) = -24.3 \text{ m}^2$ e varianza $\sigma_{\ln(k)}^2 = 0.24$. Il dominio poroso è stato studiato per celle di permeabilità di dimensioni 0.096 m in orizzontale e 0.020 m in verticale, per un totale di 64 colonne e 54 righe. L'illuminazione del modello è avvenuta mediante quattro

luci alogene al tungsteno *Lowel Tota Light*, della potenza di 500 W e avente un temperatura di colore di 3200 K. Si è fatto uso di ombrelle riflettenti per generare una luce diifratta. I positivi delle immagini, derivanti dalla pellicola *Kodak Ektachrome 64T*, sono stati successivamente scansionati con una risoluzione spaziale di 3000 pixel per pollice ed una profondità di colore di 14 bit per canale. Per l'analisi della concentrazione è stato utilizzato il canale verde, data l'elevata sensitività alla Rhodamina WT, impiegata quale tracciante. Le immagini digitalizzate sono state poi elaborate mediante *MatLab*.

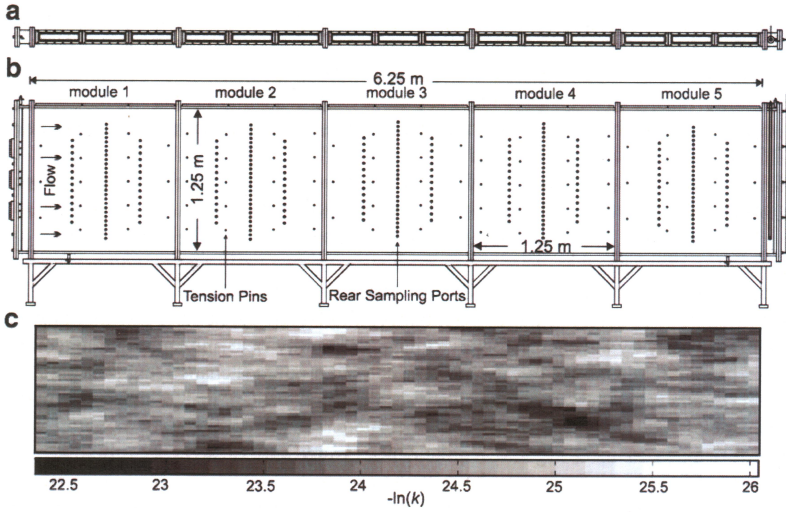


Figura 2.15: Schema del modello; a) Vista dall'alto, b) Vista frontale, c) Campo di permeabilità [35].

Capitolo 3

Modello fisico

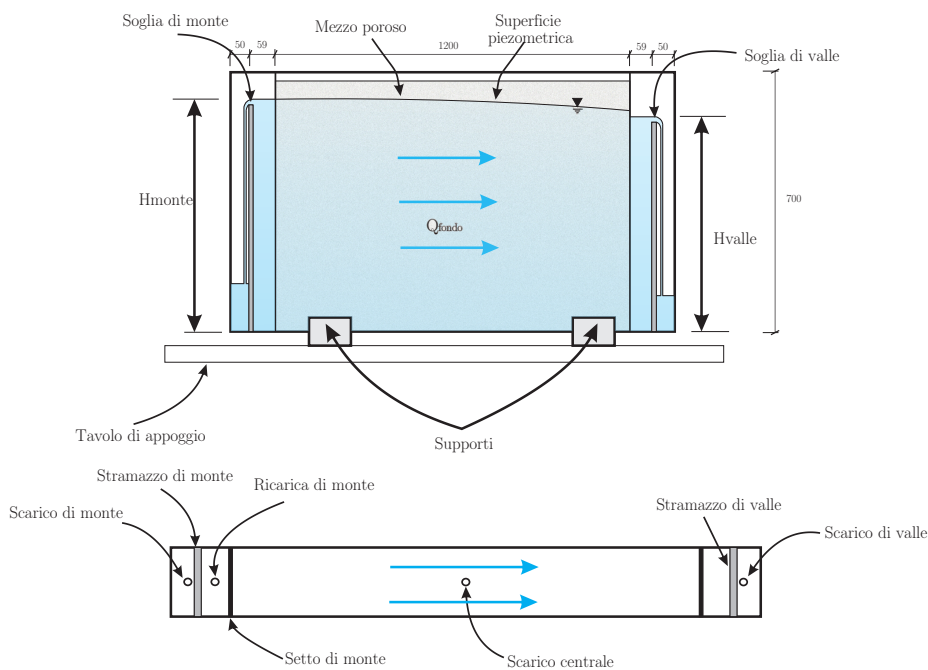


Figura 3.1: Schema geometrico vasca in plexiglas;

Presso il laboratorio di Idraulica del Dipartimento di Ingegneria Civile, per l'Ambiente e il Territorio e Architettura (DICATeA) dell'Università degli Studi di Parma è stato messo a punto nel 2007 un modello bi-

dimensionale di un acquifero freatico, con un primo scopo didattico di visualizzazione della superficie piezometrica e di rappresentazione del trasporto 2-D sul piano verticale. Un secondo scopo, più marcatamente sperimentale, mirava alla stima dei valori di permeabilità di possibili assortimenti granulometrici impiegati nel dispositivo. Il modello consta di una vasca di forma parallelepipedica, realizzata con lastre trasparenti di plexiglas di spessore 20 mm per le pareti verticali e di 30 mm per la base. Le dimensioni interne sono $116 \times 70 \times 10 \text{ cm}^3$. Il contenitore è frazionato in tre parti in modo da formare due camere di dimensioni planimetriche pari a $10 \times 10 \text{ cm}^2$, una di monte e l'altra di valle provviste di setti a sfioro, utili a garantire un dislivello idrico noto e stabile; la sezione centrale di lunghezza 95 cm, atta a contenere il mezzo poroso, è stata delimitata a mezzo di griglie in acciaio con fori di diametro 1 mm ricoperte con rete in ottone a maglia quadra (0.5 mm), per trattenere il mezzo poroso costituito da sfere di vetro con diametro di circa 1 mm (fig. 3.1). L'allestimento è montato su di un carrello mobile che inferiormente ospita il resto della componentistica (fig. 3.2), un circuito idraulico, una pompa centrifuga ed un serbatoio di alimentazione, nonché gli organi di manovra e di misura. L'acqua, spinta nella prima vasca di carico, raggiunge la quota di sfioro, superiore rispetto a quella della vasca di valle. In ragione di tale dislivello il liquido filtra nel mezzo poroso contenuto nella parte centrale, giunge allo sfioro di valle e, da qui, allo scarico, ove la portata viene misurata a mezzo di una microturbina collegata ad un display. Dal punto di vista idraulico, l'installazione può essere assimilata ad una trincea drenante in falda freatica. Interpretando il campo di moto con l'ipotesi di Dupuit [9], la portata transitante per unità di profondità, ovvero la velocità di Darcy, può essere espressa dalla seguente relazione:

$$v_D = K \cdot \frac{h_M^2 - h_V^2}{2 \cdot L} \quad (3.1)$$

dove h_M e h_V sono i carichi idrici rispettivamente a monte e a valle, K è il coefficiente di permeabilità idraulica del mezzo poroso e L la distanza tra le due soglie sfioranti. Attraverso diverse rilevazioni sperimentali si è stimato a mezzo della 3.1 un valore di permeabilità medio del sistema pari a circa $K = 6 \cdot 10^{-3} \text{m/s}$. L'attuale elevata permeabilità del mezzo poroso adottato permette la realizzazione di fenomeni evolutivi abbastanza rapidi per porre particolare attenzione ai fenomeni dispersivi rispetto ai diffusivi, inoltre rende più agevole e veloce la fase di messa a punto dell'apparato. L'eventuale passaggio a materiale di granulometria più fine o ad assortimenti eterogenei opportunamente vagliati risulta alquanto agevole.

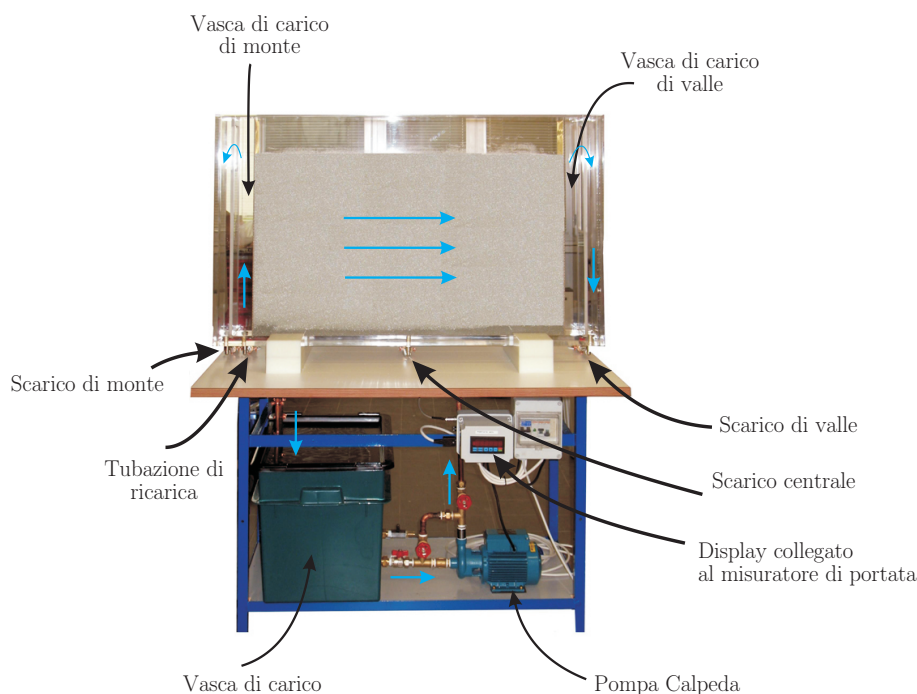


Figura 3.2: Schema allestimento

La parte superiore della vasca è stata cinturata con un telaio in acciaio inox, per contrastare la spinta del mezzo poroso e dell'acqua.

3.1 L'impianto idraulico

L'impianto idraulico si serve di una pompa centrifuga monoblocco Calpeda CM 16 1/E con girante arretrata a vortice. Il motore è ad induzione magnetica a due poli, alimentato con monofase da 230V~, a regime raggiunge 2900 giri/min e presenta un intervallo di lavoro $6 \div 250$ ml/s. Per la misura delle portate circolanti sono installati due misuratori di flusso a microturbina, una allo scarico del pozzo centrale ed una a quello della vasca terminale; quest'ultimo in particolare, ha mostrato qualche anomalia di funzionamento durante l'esecuzione di alcune prove, quindi ne è stato ridotto l'utilizzo ad un solo controllo di massima della portate circolanti.

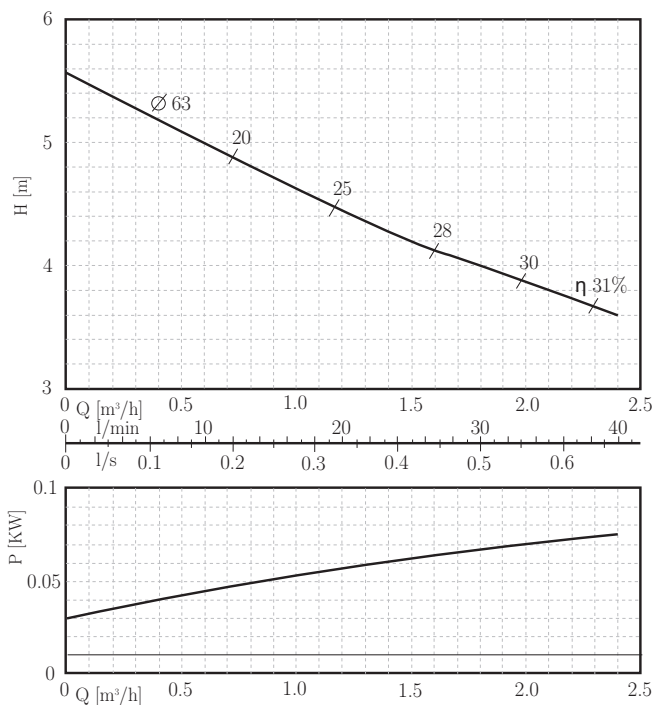


Figura 3.3: Caratteristica della pompa Calpeda CM 16 1/E;

In fig. 3.3 sono riportate le curve caratteristiche della pompa uti-

lizzata. Essa possiede un intervallo di lavoro che varia da 6.5 a 250 ml e attinge acqua da un serbatoio di circa 70 l. E' stato inoltre previsto un sistema di ricircolo a monte della pompa per le regolazioni di fine della portata. Particolarmente delicata si è dimostrata l'immissione dell'acqua all'interno della camera di carico di monte. Infatti nel corso delle prove si è osservata una distorsione del campo di moto a testimonianza dell'inefficacia della griglia di monte quale raddrizzatore di filetti. A ciò si è ovviato innalzando l'immissione al disopra della soglia di sfioro con uno sfioro a calice, controtubato fin sotto il pelo libero in modo che l'acqua cadesse nell'intercapedine circolare, con velocità perpendicolare a quella di filtrazione. Non si sono invece rilevati problemi a valle, dove la vasca raccoglie l'acqua proveniente dal mezzo poroso, e in sfioro, la cede alla cella adiacente, munita di scarico verso il serbatoio di accumulo o dirottabile nell'impianto fognario.

3.2 Il mezzo poroso

Il mezzo poroso impiegato nelle prove è costituito da sferette di vetro di dimensioni comprese nel range $0.75 \div 1\text{mm}$, fornite dalla ditta tedesca *Sigmund Lindner GmbH*. La composizione chimica è la seguente: 72% SiO_2 , 13% Na_2O , 9% CaO ; hanno una densità di 2.5kg/cm^3 , ed ogni chilogrammo è formato da circa $1.500 \cdot 10^6$ sferette. Per il riempimento della vasca sono stati impiegati 100 kg di materiale, per uno strato avente altezza complessiva di circa 65 cm. L'operazione di inserimento delle sferette è avvenuta per strati orizzontali di circa 1 cm, cadenzati da una costipazione con colpi di tondino dal diametro di 5 mm, in maniera tale da garantire omogeneità di compattazione, infine eseguendo cicli di carico e scarico per consolidare il tutto. Dopo la messa in opera è stata stimata una permeabilità media di circa $5 \cdot 10^{-3}\text{ m/s}$ ed una porosità di circa $\theta = 0.37$.

3.3 Evoluzione del dispositivo

Come preannunciato in introduzione, l'obiettivo del presente lavoro concerneva la realizzazione di un dispositivo di laboratorio, per la raccolta di dati in ambito del trasporto di inquinanti nei mezzi porosi. Come si evince dalle precedenti esperienze di settore riportate, un buon riscontro hanno trovato in questo ambito le tecniche di indagine fotografica, preferibili da un lato per la potenzialità e l'economicità che le recenti tecnologie offrono, dall'altro perché trattasi di un metodo di indagine non invasivo, particolarmente adatto all'ambito di interesse.

3.4 Tracciante

Per una tecnica di tipo fotografico si necessita di simulare l'inquinante con un mezzo rilevabile visivamente, un tracciante, ancor meglio se di tipo fluorescente.

Sono state vagliate diverse soluzioni come il "*cochineal red*" ed il "*blu di metilene*", ma questi, oltre ad essere tossici, presentano l'insormontabile difetto di essere difficilmente eliminabili a fine prova, ovvero rendono difficoltoso riportare la concentrazione nel mezzo poroso a valori nulli. Ci si è indirizzati quindi verso un prodotto meno nocivo e facilmente eliminabile a fine esperimento; ottima risposta si è riscontrata nella fluoresceina sodica, con formula bruta: $C_{20}H_{10}Na_2O_5$, nota la sua non tossicità, da cui la maneggiabilità e la facilità di smaltimento.

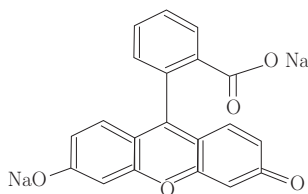


Figura 3.4: Molecola della fluoresceina sodica.

Inoltre, caratteristica determinante per la scelta è stata la sua proprietà di fluorescenza in un ampio range di concentrazioni, che ha consentito un'applicazione più specifica della sostanza per sfruttare a pieno le sue potenzialità. Non ultime si annoverano le sue caratteristiche di reperibilità ed economicità. Cromaticamente è caratterizzata dalla distinzione netta tra il campo di eccitazione e quello di emissione; più specificamente l'eccitazione può avvenire o con l'utilizzo di raggi ultravioletti (UV) ad una lunghezza d'onda di $\lambda = 256 \text{ nm}$ o con luce blu con $\lambda = 490 \text{ nm}$, valore della lunghezza d'onda del picco di assorbimento nel campo del visibile. In sintesi la proprietà di fluorescenza è dovuta alla presenza dei cosiddetti "*fluorofori*", ovvero molecole capaci di assorbire energia luminosa se irradiate con determinate frequenze. L'energia immagazzinata viene poi riemessa, non senza una perdita dovuta a fenomeni di dissipazione interna; l'abbassamento energetico comporta, ¹ la riemissione ad una lunghezza d'onda maggiore.

Nel caso della fluoresceina sodica l'emissione avviene con una lunghezza d'onda di picco $\lambda = 520 \text{ nm}$, corrispondente alla luce verde. L'intensità di tale flusso luminoso, ovvero la "*luminanza*" se riferito ad una sezione unitaria, risulta proporzionale alla concentrazione del tracciante fluorescente; alla stessa stregua cresce l'assorbimento nel canale blu di eccitazione. Vi sono però più fattori concorrenti che provocano la presenza di radiazione nel campo del rosso nonostante questo colore non appartenga allo spettro di emissione della fluoresceina né a quello dell'illuminazione. In primo luogo si deve registrare un fenomeno di rifrazione della luce tanto nell'attraversamento dei 2 cm della parete in plexiglas, quanto del sistema traslucido

¹La legge di Planck sancisce il legame di diretta proporzionalità tra energia di una radiazione elettromagnetica e la sua relativa frequenza, a mezzo della costante omonima $h \cong 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$: $E = h \cdot f$. Inoltre vale il legame inverso tra frequenza, celerità di propagazione nel mezzo della radiazione e lunghezza d'onda: $f = c/\lambda$.

costituito dalla matrice vetrosa del mezzo poroso stesso e dell'acqua che riempie gli interstizi. Fermo restando la potenza di illuminazione e la geometria del sistema, questo fenomeno risulta sistematico, quindi valutabile e gestibile. Vi è però un altro fattore, più difficilmente quantizzabile, denominato *quenching*; questo fenomeno è dovuto alla presenza nell'acqua, di ioni o molecole di dimensioni dello stesso ordine di grandezza delle lunghezze d'onda in gioco.

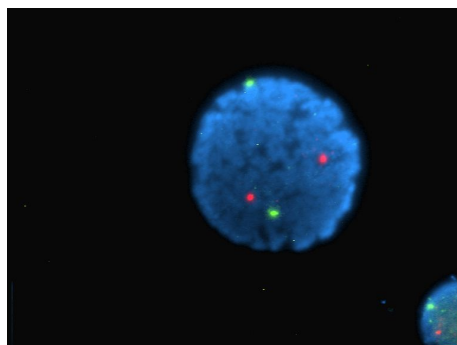


Figura 3.5: Immagine di un fluoroforo.

Presenze di ossigeno, cloro o altre impurità, comportano da un lato l'accerchiamento e quindi l'eclissamento dei fluorofori, dall'altro, interagendo con quest'ultimi con azioni a distanza quali quelle dipolo-dipolo, in risonanza, cagionano l'instaurarsi di uno scambio energetico. Si verifica quindi un passaggio di parte dell'energia della fluorescenza a questi corpuscoli che a loro volta, se fluorescenti, possono restituirla sotto forma luminosa ma ad una frequenza inferiore, a causa della medesima perdita energetica interna vista prima. Ciò comporta una diminuzione della fluorescenza nel canale verde ed una conseguente emissione nel canale rosso, al quale compete una lunghezza d'onda maggiore e quindi una più bassa frequenza in accordo alla parziale dissipazione energetica citata Forster, Th. [36].

Per meglio tener conto di tale comportamento si è scelto di registrare tutti i canali/colore *Red*, *Green* e *Blue*. Al fine però di limitare

questo effetto è stato predisposto un impianto di depurazione dell'acqua di fondo con resine attive. Questo ha permesso di fissare anche altri parametri del fluido circolante, in particolare il pH; difatti il tracciante presenta la sua massima fluorescenza per valori di pH di circa 7.4, e conserva il suo colore verde brillante fino a valori di pH prossimi a $4 \div 5$, al di sotto, i fluorofori responsabili delle emissioni luminose si inibiscono e la fluoresceina risulta incolore.

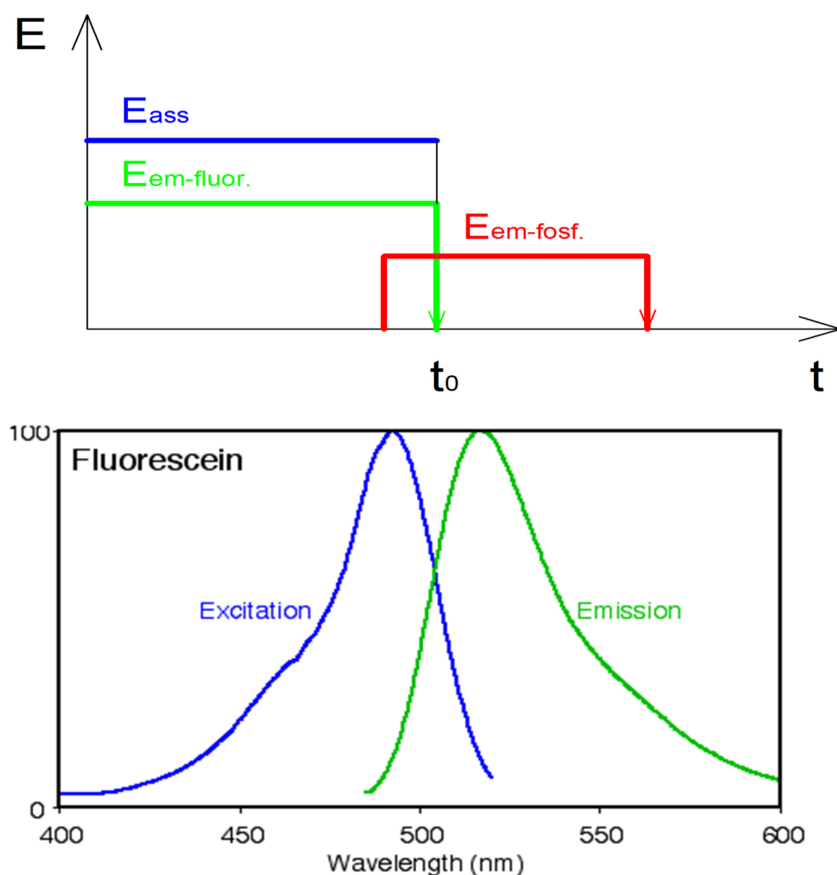


Figura 3.6: Proprietà di fluorescenza della fluoresceina, salto energetico e campane di assorbimento ed emissione.

Un altro particolare fenomeno caratteristico dei traccianti fluorescenti è il *photobleaching*, ovvero la diminuzione di fluorescenza nel

tempo, a parità di illuminazione, per effetto dell'esaurimento progressivo di tipo fotochimico dei fluorofori. Ad un'eccitazione a raggi ultravioletti corrisponde per la fluoresceina un maggior coefficiente di "estinzione molare" rispetto a quello relativo alla luce blu, quindi una migliore resa in termini di fluorescenza, ma una maggiore incidenza del fenomeno appena citato. Considerato anche l'attenuazione al passaggio dei raggi UV dovuto al plexiglas costituente l'involucro dell'apparato in oggetto, la scelta per la fonte di irraggiamento è dovuta ricadere sulla luce visibile blu, conseguendo un vantaggio riguardo al photobleaching, ma uno svantaggio per la contaminazione del campo visibile, all'interno del quale si intende rilevare il segnale di misura, la fluorescenza. È stata quindi effettuata una valutazione del fotodecadimento, considerando un arco temporale di 12 ore, valore ben superiore alla durata media di un esperimento, fotografando ad intervalli regolari l'emissione di una soluzione di fluoresceina a 100 mg/l, irradiata costantemente da luce blu. Dall'elaborazione delle immagini si è concluso che, almeno nelle condizioni sperimentali in oggetto e per la durata detta, la diminuzione di luminosità registrata tra il primo e l'ultimo fotogramma risulta inferiore all'1%.

3.5 Camera di presa

Per i motivi citati inerenti la policromia del fenomeno, (il canale blu di assorbimento, quello verde di emissione e quello rosso comunque significativo per gli effetti di rifrazione e quenching sopradescritti) si è scelto di registrare tutto lo spettro visibile, ricorrendo ad un fotocamera di tipo tradizionale sensibile ai tre colori R G B. La scelta è ricaduta su di una Canon EOS 40D, con sensore CMOS da 10.1 Megapixel di dimensioni 22.2×14.8 mm e profondità di colore di 14 bit. La macchina restituisce la foto in formato proprietario *raw* della Canon, ovvero il ".CR2". Tale output viene quindi convertito,

a mezzo di un software specifico (DCraw.exe) in una matrice di dimensioni pari alla risoluzione massima $3888 \times 2592 px$, con tre layer distinti per i tre colori.

Per la gestione da remoto della macchina si è adottato il software della casa stessa, Canon EOS Utility, che consente inoltre la gestione da pc della messa a fuoco e dello scatto remoto. L'intervallo di scatto è stato impostato in un primo momento ad un valore di 10 s, ma in prove di lunga durata si è riscontrato il salto di qualche fotogramma probabilmente per sovraccarico dovuto al download dell'immagine sulla scheda di memoria. Si è scelto quindi per le successive prove di adottare un intervallo di venti secondi, comunque del tutto accettabile per i tempi che caratterizzano il fenomeno da rilevare.

La macchina è dotata inoltre di un obiettivo grandangolo 16/35; stante la dimensione del suo sensore, è stata posizionata in corrispondenza della mezzeria della parete da fotografare, alla massima distanza possibile da questa, 160 cm, in modo da ridurre al minimo la distorsione centrale, ed ottenere allo stesso tempo la migliore definizione con la focale massima di 35 mm.

Dalla calibrazione analitica eseguita alla fotocamera si è potuto riscontrare che la distorsione dell'ottica è pressoché nulla. La macchina è stata poi vincolata su di un treppiede fisso che ne controlla tutti i gradi di libertà. Per preservare l'ambiente di misura è stata realizzata tutt'intorno una camera oscura con struttura in legno e rivestimento in cartoncino nerofumo, accessibile da una finestra laterale (fig. 3.7).

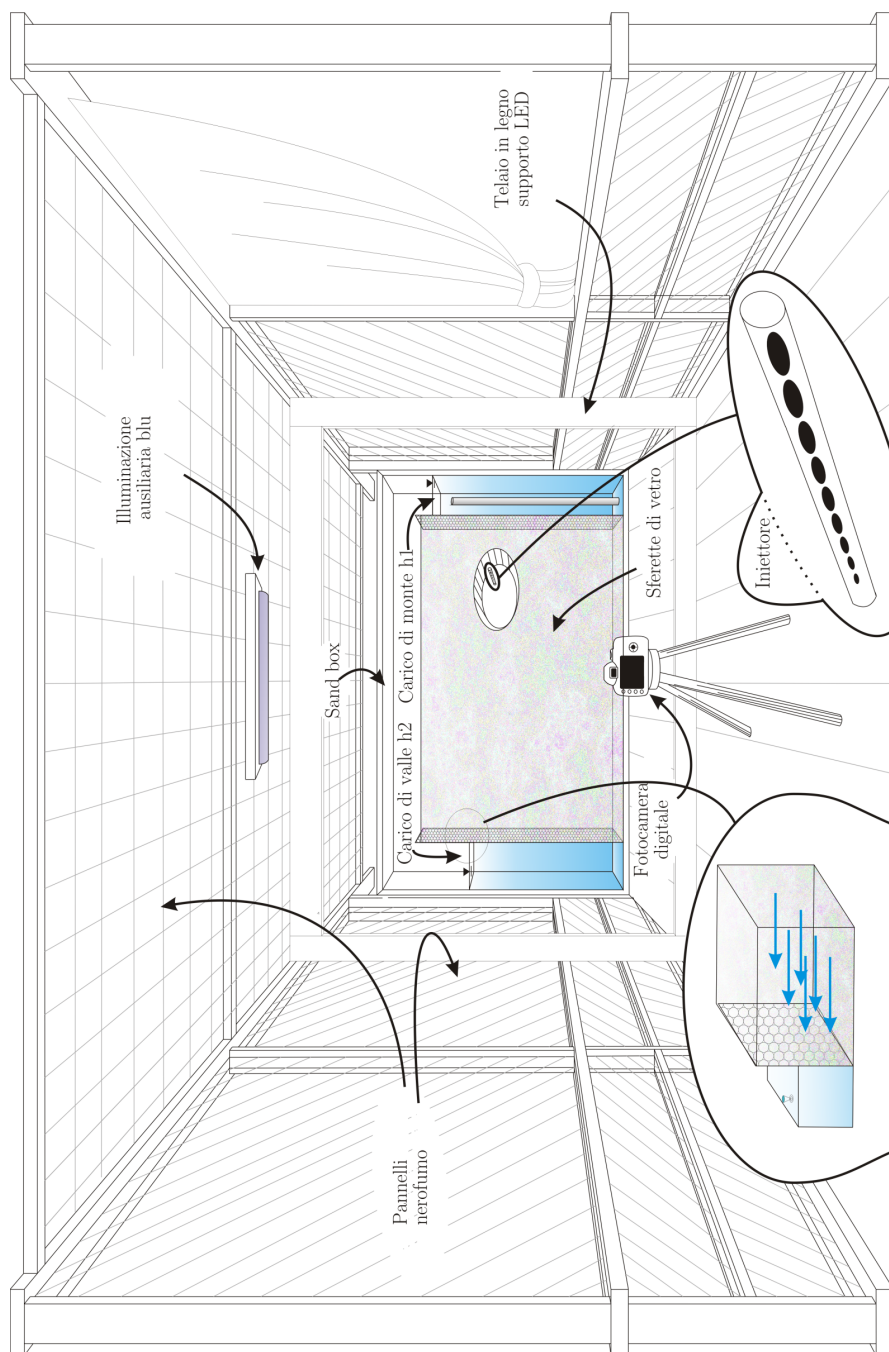


Figura 3.7: Rappresentazione schematica della camera oscura

Alla parete di misura sono stati applicati otto punti di riferimento su due file, sopra e sotto l'area di interesse (fig. 3.8), in posizione nota, al fine di poter referenziare e raddrizzare l'immagine catturata. Lette le coordinate nel riferimento immagine e note quelle nel riferimento parete, si perviene al raddrizzamento mediante una trasformazione proiettiva (comando *imtransform* 'projective' in ambiente Mathworks [32]).

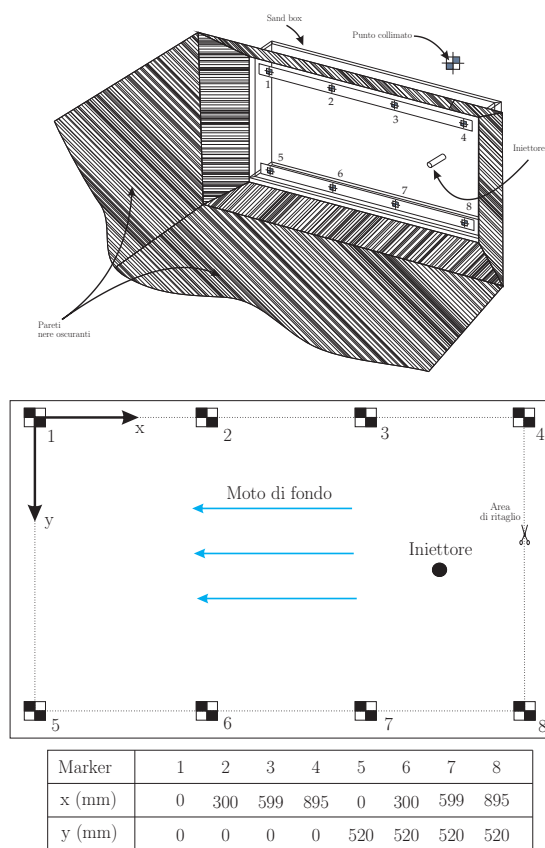


Figura 3.8: Sistema di referenziamento.

In merito ai parametri scelti per la cattura, si è assunta la massima apertura possibile $f\ 2.8$, la minima sensibilità $Iso=100$ per ottenere la massima definizione, il tempo di scatto $t_s = \frac{1}{3}\ s$ è stato scelto consi-

derando il tempo di esposizione massimo rispondente al requisito di istantaneità ai fini del fenomeno fisico da rilevare, che è caratterizzato da velocità di avanzamento del pennacchio di inquinante dell'ordine di 1 mm/s. Ultima caratteristica è la temperatura di colore che è stata imposta a 2800 K per rendere il più fedele possibile il fotogramma, considerata l'illuminazione blu adottata.

3.6 Sistema di illuminazione

Inizialmente è stata adottata come sorgente luminosa una lampada tubolare a scarica ai vapori di mercurio a bassa pressione, Philips TL-D 18 W blue, caratterizzata da uno spettro di emissione ampio, quindi causa di contaminazione del canale di misura. Inoltre per il tipo di tecnologia, la luce risultava leggermente instabile provocando così un certo rumore di fondo. Inoltre il posizionamento centrale ma defilato al di sopra della parete di misura comportava una vistosa disomogeneità di illuminazione.



Figura 3.9: Led blu;

Si è scelto quindi di passare ad una luce coerente, cioè con una lunghezza di emissione monocromatica e stabile. La scelta è ricaduta su un'illuminazione a Led-blu, del tipo REBEL LED Lumen Blu 3.9, il singolo led è caratterizzato da una lunghezza d'onda di emissione di 470 nm. L'impianto elettrico è costituito da 8 elementi disposti in

serie, alimentati da una corrente continua di 600 mA con una tensione di 24.6 V.

Data l'elevata potenza in gioco, per facilitare la dissipazione termica il pad di ogni led è stato saldato su di un lamierino di ottone, che funge da scambiatore termico. Gli otto led sono stati poi assemblati su di un telaio in legno in modo da formare un perimetro rettangolare circoscritto al cono di presa della fotocamera, ed è stato posizionato nella mezzeria della camera oscura (fig. 3.7), con tale disposizione si è cercato di limitare al massimo la disomogeneità di illuminazione.

3.7 Iniettore

Un'importante problematica ha riguardato l'immissione del tracciante all'interno dell'apparato; stante la configurazione a pelo libero dell'acquifero, il modo più immediato per assolvere alla richiesta è stata la realizzazione di un iniettore da posizionare all'interno della vasca, sotto battente, per diffondere il liquido tracciante lungo tutta la larghezza dell'acquifero, in modo da simulare in prima battuta un trasporto bidimensionale. In alternativa un sistema a pioggia permetterebbe di indagare anche la conseguente percolazione.

L'iniettore (fig. 3.10) è stato realizzato presso lo stesso laboratorio del DICATeA, mediante un cilindro cavo di ottone, di lunghezza pari a 10 cm e diametro interno di 8 mm; lungo una generatrice sono stati quindi praticati 32 fori equispaziati del diametro di 1 mm, tali da impedire l'ingresso delle sferette di vetro del mezzo poroso circostante. L'importanza dell'uniformità di distribuzione risiede nel fatto che l'analisi è condotta su una sola parete di misura, eventuali asimmetrie del fenomeno verrebbero tradotti in errori di misura.

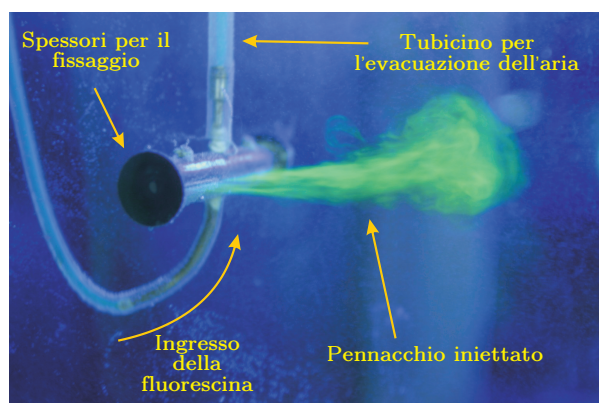
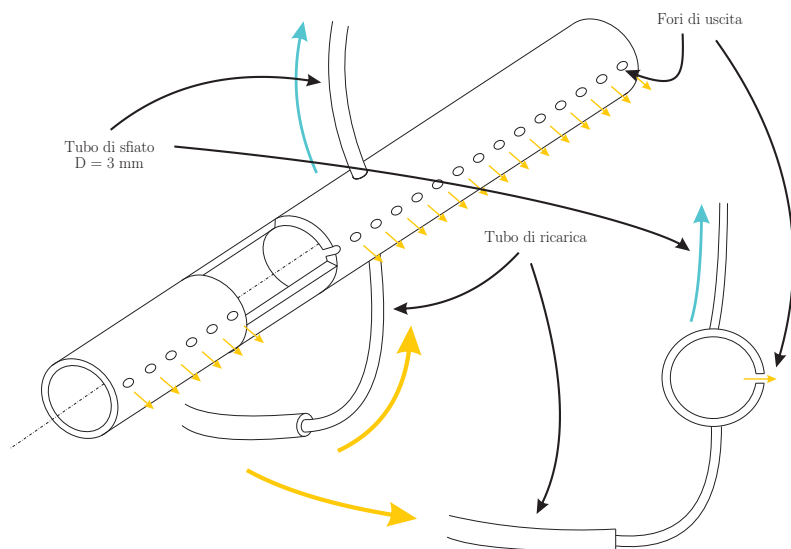


Figura 3.10: Iniettore, schema strutturale e foto di un'immissione in vasca con acqua ma in assenza del mezzo poroso.

Il dispositivo viene fissato ad incastro orizzontalmente tra le pareti della vasca, a mezzo di appositi dischetti sottili in gomma. È dotato di un tubicino in PET del diametro interno di 3 mm per l'alimentazione, con innesto nel lato inferiore. Un ulteriore tubicino, di pari caratteristiche è impiantato sempre centralmente ma sul lato

superiore, in modo da fungere da spurgo per eventuali bolle d'aria che possono occludere i fori di iniezione.

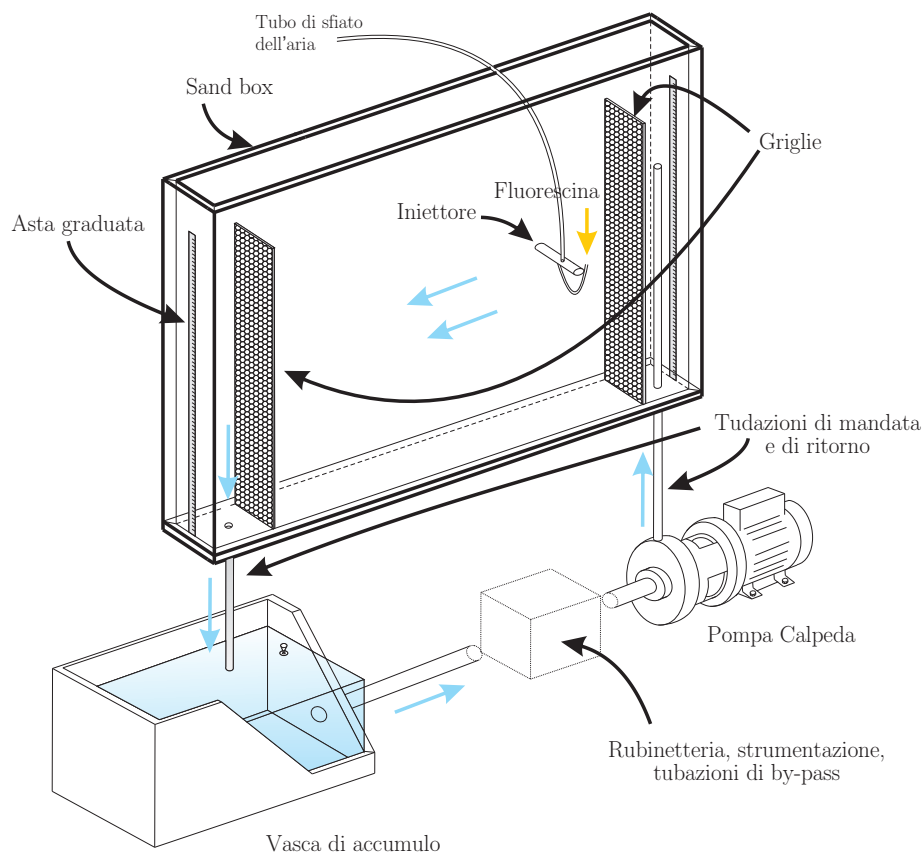


Figura 3.11: Schema di funzionamento apparato.

Altro accorgimento importante è stato quello di realizzare i componenti dell'iniettore con un unico tipo di metallo, onde evitare la formazione di una cella galvanica e quindi la corrosione elettrochimica; durante precedenti esperienze tale fenomeno è risultato tutt'altro che trascurabile. L'uso di acqua addolcita dall'impianto di trattamento (circa 2°fr), ha limitato le incrostazioni dell'iniettore in conseguenza della sua permanenza in acqua.

Per avere una verifica completa del funzionamento idraulico dell'iniettore, ne è stata realizzata una modellazione attraverso il software *Epanet 2* [37], confrontando l'andamento delle pressioni nel caso di alimentazione singola centrale e lo schema di alimentazione ripartita in due punti, si evince che la distribuzione è pressoché uniforme (fig.3.12).

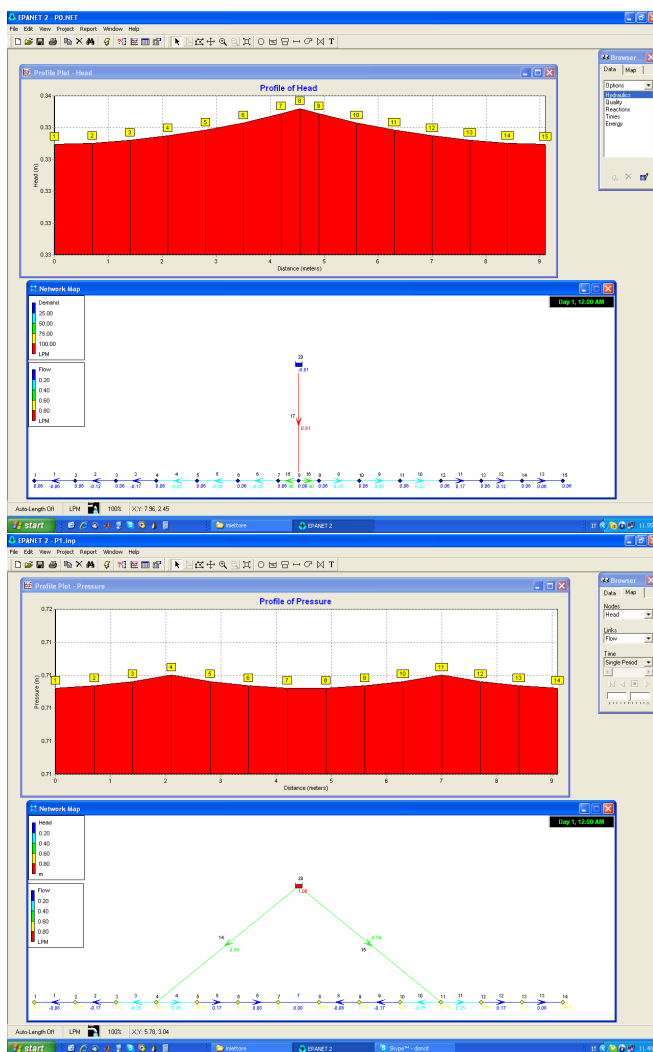


Figura 3.12: Iniettore, schemi idraulici: innesto centrale e ad Y.

Altra simulazione, questa volta con i codici di calcolo Modflow [38] ed MT3D [39] (4.6) ha riguardato la valutazione del numero di fori minimo da praticare all'iniettore per una corretta distribuzione dell'inquinante, fermo restando il diametro di 1mm fissato per le ragioni prima citate. Imponendo una portata di iniezione di 1 ml/s e scegliendo una sezione trasversale di rilevazione 650 mm a valle dell'iniettore, si è graficata la distribuzione di concentrazione con una previsione di 10 e 20 fori. Nel primo caso si palesa in prossimità della parete una significativa diminuzione della concentrazione causata dalla ridotta dispersione trasversale.

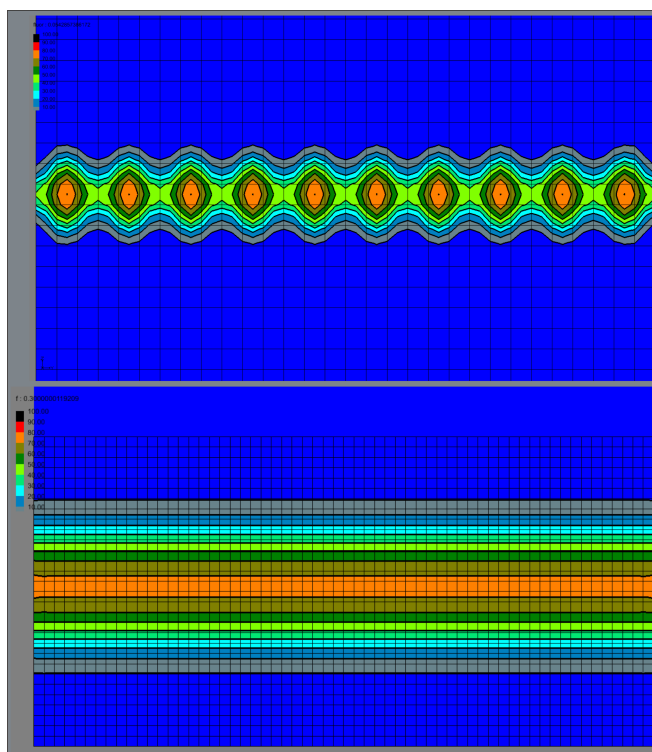


Figura 3.13: Iniettore, diametro fori 1 mm a) 10 fori; b) 20 fori.

I valori dei parametri di dispersione adottati sono $a_L = 2$ mm, $a_T = 0.02$ mm (sec.4.3).

3.8 Vaso di Mariotte

Al fine di garantire un carico costante sull'iniettore, si è adottato un vaso di Mariotte per stoccare il tracciante. Tale vaso è stato posizionato ad una quota superiore al massimo livello idrico presente in vasca, in modo da garantire sull'iniettore un carico di circa 60 cm in colonna d'acqua.

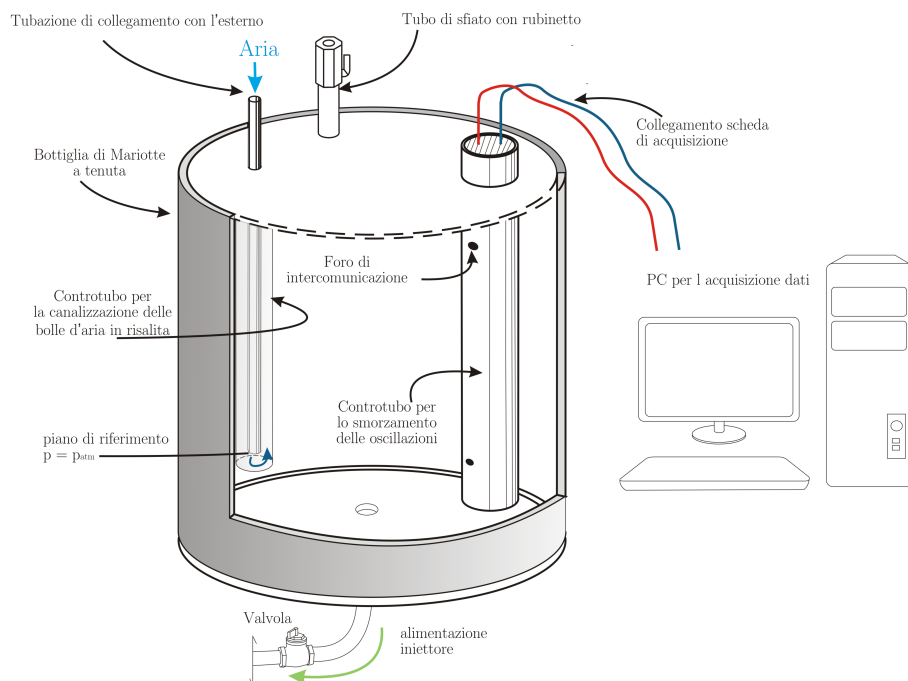


Figura 3.14: Schema del vaso strumentato di Mariotte.

Il dispositivo rappresentato in Figura 3.14, è costituito da un cilindro sigillato, con una presa alla base inferiore, per l'alimentazione dell'iniettore. Per l'ingresso dell'aria necessaria a permettere la fuoriuscita del liquido è prevista una cannula in comunicazione con l'ambiente esterno, che passando attraverso il coperchio superiore si ferma ad un centimetro dal fondo, a questa quota, in fase di esercizio, si attesta la pressione atmosferica e quindi il piano di riferimento del-

le pressioni. La cannula è avvolta in un controtubo leggermente più lungo entro cui scorre la bolla d'aria durante la risalita, in tal modo il pelo libero non viene perturbato e ciò permette una più corretta lettura del livello idrico. Registrando in continuo l'abbassamento di tale livello si può misurare la portata di iniezione, nota la geometria del vaso. Per questo fine è stata predisposta una sonda di livello di tipo induttivo-resistivo, costituita da due fili metallici paralleli tenuti ad una fissata distanza da appositi distanziatori di materiale isolante. La sonda è alloggiata in un ulteriore tubo verticale forato, posizionato tra il tappo e il fondo del vaso. La variazione di livello provoca nella sonda una variazione della sua impedenza generalizzata, valore che viene letto e registrato da un dispositivo remoto, che funge anche da alimentatore della sonda stessa. Tale dispositivo restituisce un segnale in tensione modulato in guisa della variazione del livello; detto segnale viene quindi registrato da una scheda di acquisizione a 12 bit della National Instruments, in ambiente LabVIEW [40]. Con apposita procedura di calibrazione, pesando i pesi dei volumi via via scaricati dal vaso e registrando i relativi valori della tensione del segnale in uscita, si è potuto ricostruire il legame tensione-livello (fig.3.15), con esso ottenendo la possibilità di conoscere la portata iniettata. E' importante sottolineare che la calibrazione è stata ripetuta per ciascuna delle concentrazioni delle soluzioni di fluoresceina impiegate, poiché varia la resistività elettrica della soluzione stessa.

Inizialmente per leggere il livello, era stata utilizzata una sonda ad ultrasuoni posizionata centralmente sul coperchio; si sono però riscontrati notevoli anomalie per effetto della condensa del vapore che si formava sulla superficie dell'emettitore sulla sonda, fenomeno amplificato dalla depressione che si crea nello strato d'aria superiore, all'interno del vaso.

La ricarica del vaso viene fatta collegando la bocca di uscita del fondo con un serbatoio posto a quota ancora maggiore. Per l'opera-

zione è stato previsto un ulteriore sfiato sul coperchio, regolato da chiusura a saracinesca.

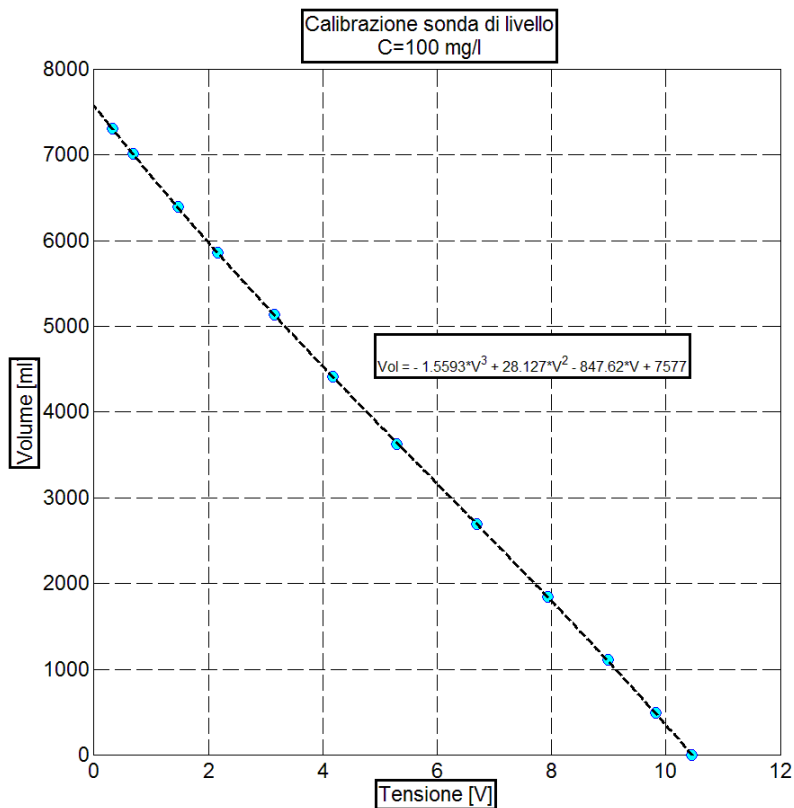
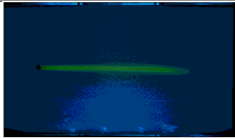
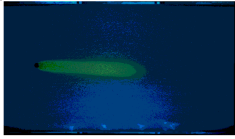
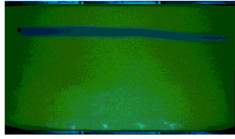
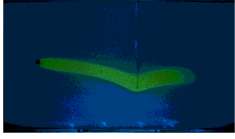
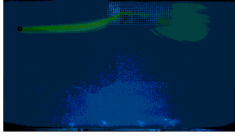
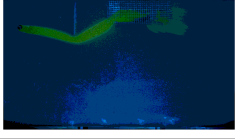
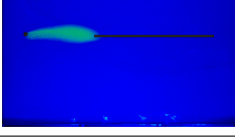


Figura 3.15: Curva di calibrazione della sonda di livello alloggiata nel vaso di Mariotte per la concentrazione di 100mg/l.

3.9 Prove sperimentali

Tabella 3.1: Esperimenti

		Q_{in} [ml/s]	conc. [mg/l]
	E1	$1.04 \div 2.14$ $1.75 \div 1.22$	$C_{in} = 100$
	E2	$1.86 \div 2.26$	$C_{in} = 50$
	E3 inversa	$0.75 : 2.12$	$C_{fondo} = 120$ $C_{in} = 0$
	E4 setto vert.	1.91	$C_{in} = 100$
	E5 dreno	1.75	$C_{in} = 100$
	E6 setto+dreno	1.75	$C_{in} = 100$
	E7 setto orizz.	2.30	$C_{in} = 100$

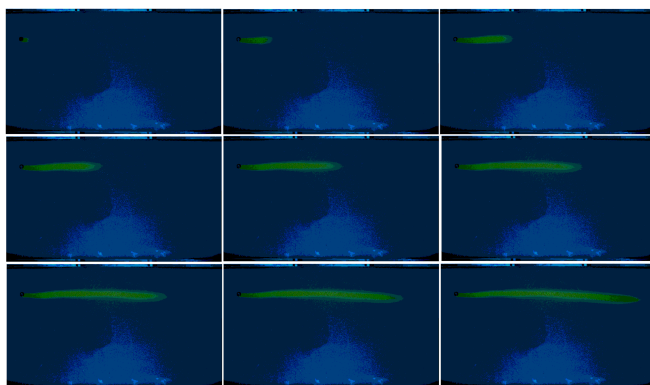


Figura 3.16: Campo omogeneo, sequenza di avanzamento del pennacchio ad intervalli di 6'.

Le prime esperienze sono state finalizzate alla messa a punto dell'apparato; a seguire si è rivolta l'attenzione alla stima dei parametri di dispersione del mezzo (campo omogeneo $\phi \simeq 1$ mm), con le modalità descritte alla sez. 4.3, anche variando la concentrazione di iniezione. In particolare per l'esperimento E3 (tab. 3.1) la concentrazione di ingresso è nulla, mentre è pari a 120 mg/l quella del liquido di fondo.

Si sono quindi eseguiti alcuni esperimenti in campo non uniforme (E4), in prima battuta è stato previsto l'inserimento di un taglione verticale con un affondamento di 4 cm al disotto dell'iniettore ed alla distanza di 20 cm da esso, in modo da deviare sensibilmente la traiettoria dell'inquinante (fig. 3.17).

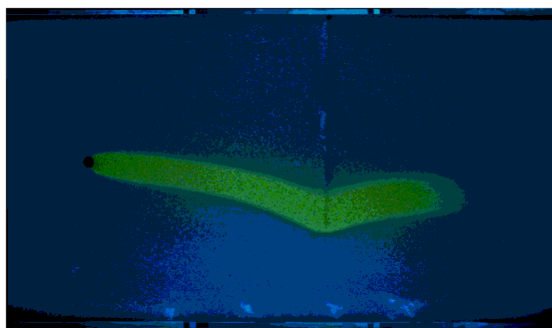


Figura 3.17: Esperimento E4, setto verticale;

Nell'esperimento E5 è stato inserito un dreno (fig. 3.18) realizzato con sfere di vetro del diametro di 7 mm, assemblate in una gabbia metallica di forma parallelepipedica $[25 \times 15 \times 10 \text{ cm}^3]$, posizionato ad una quota di 1 cm superiore a quella dell'iniettore. La porosità dell'inserto è di circa 32%, ed è tale da simulare una zona con una permeabilità di almeno 2 ordini di grandezza superiore a quella media del mezzo di fondo 1.16.

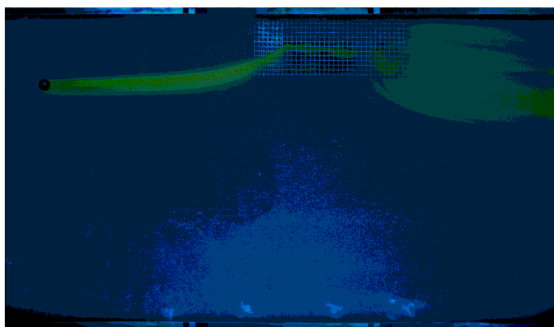


Figura 3.18: Esperimento E5, dreno.

In tale conformazione è stato inserito anche il setto verticale ottenendo il risultato grafico di fig. 3.19 (E6).

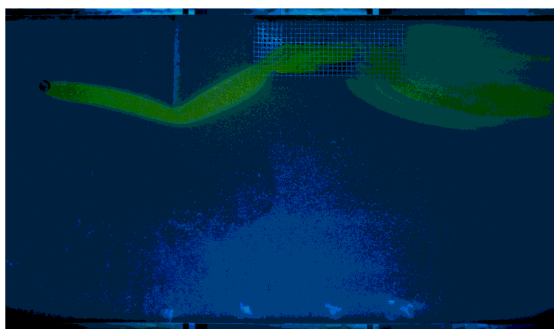


Figura 3.19: Esperimento E6, effetto combinato del setto e del dreno.

Infine, l'esperimento E7 è rivolto ad ottenere una prima valutazione dell'effetto parete che meglio verrà dettagliato nel prosieguo, il risultato visibile in fig. 4.4.1 è stato ottenuto inserendo un setto oriz-

zontale a valle dell'iniettore, in posizione tale da essere intercettato dal pennacchio.

Capitolo 4

Elaborazioni ed analisi

4.1 Trattamento immagini

L'output della fotocamera Canon EOS 40D è un formato proprietario *raw* della Canon, un file di estensione “.CR2”. Per poterlo leggere ci si è avvalso di un apposito programma scritto in *ANSI C* che implementa i codici della Canon, il DCraw.exe [41]. A mezzo di questo software si ottiene un file di tipo "PPM" (Portable Pixel Map), sostanzialmente una matrice di dimensioni pari alla risoluzione massima del sensore della macchina (3888×2592), con tre layer distinti per i tre colori R G B (rosso, verde e blu). Tale matrice è direttamente importabile in ambiente Mathworks [32] e gestibile come immagine raster R G B.

4.1.1 Raddrizzamento e ritaglio

Come accennato a proposito della descrizione del modello, alla parete di rilevamento sono state apposte due file da 4 marker ciascuna 3.8, con coordinate reali note, in modo da costituire un riferimento per le operazioni di raddrizzamento dell'immagine. Detto $\bar{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ il generico vettore posizione in coordinate omogenee nel riferimento immagine, detto $\bar{X} = [X_1 \ X_2 \ X_3]$ il generico vettore posizione in coor-

dinate omogenee nel riferimento parete, la trasformazione proiettiva che viene operata è la seguente: $\bar{X} = \bar{\bar{T}} \cdot \bar{x}$, con $\bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{bmatrix}$, è la matrice di trasformazione che si ottiene da un processo di ottimizzazione di MatLab: “Tform, projective”, grazie alle 16 coordinate degli otto punti di appoggio. In ultimo si derivano le coordinate reali a parete con le seguenti relazioni: $X_r = \frac{X_1}{X_3}$; $Y_r = \frac{X_2}{X_3}$;

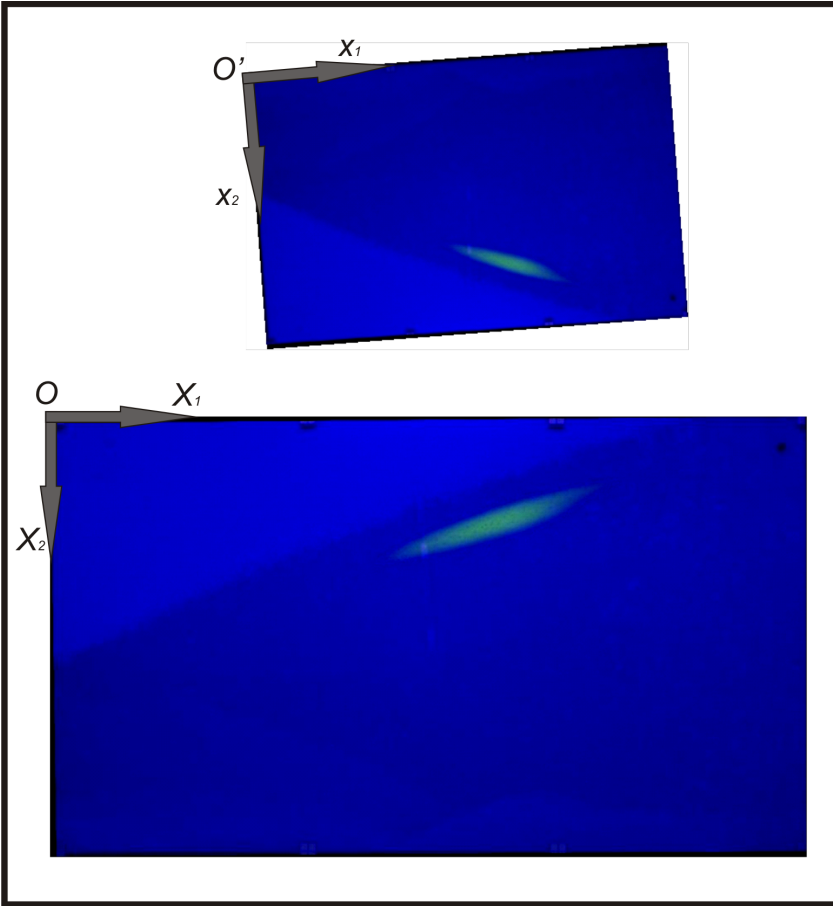


Figura 4.1: Sistemi di riferimento: $O'x_1x_2$ sul positivo e OX_1Y_2 sulla parete di misura.

Sulla fotocamera è stata eseguita preventivamente una calibrazione analitica, applicando la correzione ad un fotogramma tipo si è accertato che la correzione maggiore, per un punto di bordo, era contenuta nel decimo di millimetro, valore certamente influente sulle misure che si devono effettuare.

L'immagine, una volta raddrizzata è stata ritagliata proprio sulla linea media dei marker, ottenendo matrici di dimensione: $2000 \times 3437 \times 3$.

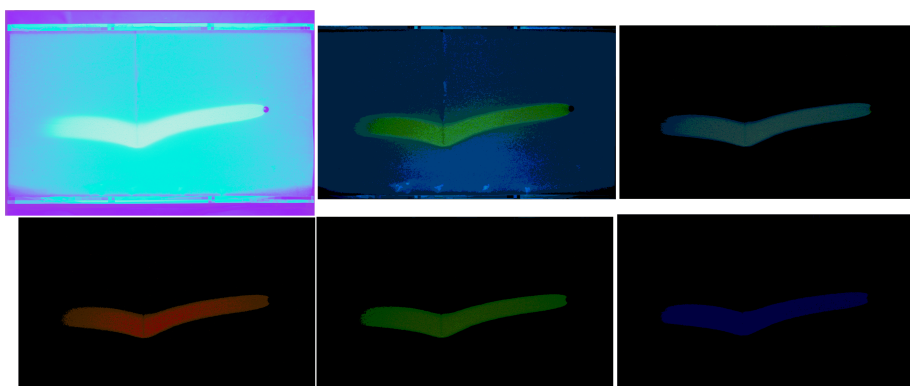


Figura 4.2: Sequenza di trasformazione: in alto a sx la foto così come catturata, alla sua destra il risultato del raddrizzamento e ritaglio, a seguire la foto depurata del fondo; quest'ultima viene convertita in concentrazione per ognuno dei tre layers R, G e B (fila in basso).

4.2 Calibrazione del modello

Un studio preventivo ha riguardato i parametri fotografici; si è assunta la massima apertura $f 2.8$ per adottare la focale $f = 35mm$ e posizionare la macchina alla distanza di 1,6 m dalla parete di misura. Come tempo di scatto si è assunto $t_s = \frac{1}{3} s$, considerato il tempo di esposizione massimo rispondente al requisito di istantaneità ai fini del fenomeno fisico da rilevare, (velocità di avanzamento del pennacchio di inquinante dell'ordine di 1 mm/s). Si è assunta una temperatura di colore di $2800^\circ K$ per tener conto dell'illuminazione blu dei led, infine, anche in conseguenza alla scelta degli altri parametri, si è valutata

essere migliore una sensibilità $ISO = 100$ (fig. 4.3), per ottenere la massima definizione e per avere un buon margine dalla saturazione dei canali.

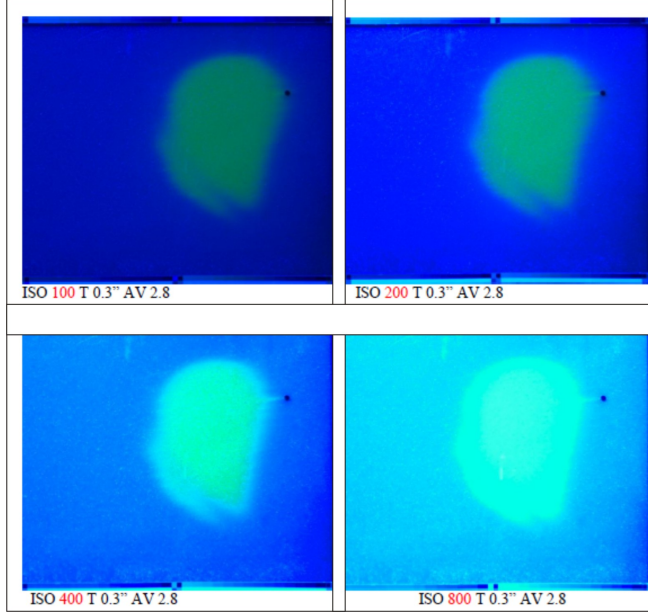


Figura 4.3: Foto di uno stesso esperimento al variare della sensibilità ISO.

La curva di calibrazione rappresenta il legame analitico tra il valore del segnale emesso (q_{out}) da uno strumento di misura ed il corrispondente valore della grandezza che si desidera misurare (q_{in}); la curva di taratura è la funzione inversa. Per addivenire alla sua definizione si esegue la procedura di “calibrazione dello strumento”[42], operazione in cui si generano una serie di diversi valori noti della grandezza da misurare per poi determinarne e registrarne le conseguenti risposte dello strumento. Un fitting tra le due serie di valori fornisce le relazioni cercate.

Nel caso in esame, per la disomogeneità di illuminazione ed altri possibili fenomeni di eterogeneità locali, si è scelto di eseguire una calibrazione puntuale (pixel by pixel), per sopperire al meglio alle possibili fonti di errore. In tal senso, si sono generati i dati di riferimento

mettendo in circolo soluzioni a concentrazione nota, più in dettaglio i seguenti valori, espressi in [mg/l] di soluzione acquosa di fluoresceina sodica: $C = 0, 2.5; 5; 10; 25; 50; 75; 100; 125; 150$.¹ Per ognuno di questi valori è stato catturato un fotogramma (F^C , $C = 0, \dots, 150 \frac{mg}{l}$), trasformato e ritagliato come descritto, il fotogramma corrispondente alla concentrazione $C=0$ è stato assunto come fondo (F_0), per esso i valori della luminosità registrata dal sensore sono massimi per il canale blu e minimi per gli altri due. Di fatti al crescere della concentrazione di fluoresceina presente, aumenta l'assorbimento dell'irraggiamento blu e, quindi, un'immediata diminuzione della stimolazione dei fotosensori di pari colore. Di contro, crescendo la fluorescenza emessa, aumenta via via la stimolazione dei sensori R e G che risponderanno con un segnale crescente con la concentrazione. E' stata quindi operata una depurazione del fondo secondo le relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} Fd_{(i,j)}^C &= F^C_{(i,j)} - F_0^C_{(i,j)} \quad \forall i, j \quad \text{canali R e G} \\ Fd_{(i,j)}^C &= F^C_{0(i,j)} - F^C_{(i,j)} \quad \forall i, j \quad \text{canale B} \end{aligned}$$

con Fd^C matrice dell'immagine depurata relativa alla concentrazione C ($C = 0, \dots, 150 \frac{mg}{l}$), i, j coordinate immagine del generico pixel; per il canale blu, a causa del suo comportamento inverso, si è eseguita l'operazione opposta di depurazione. Il risultato grafico è rappresentato in fig.4.2, dove è riportata anche la scomposizione cromatica.

¹Le singole concentrazioni sono state ottenute pesando la polvere di fluoresceina con una bilancia caratterizzata da un'incertezza di misura di $\Delta p_f = \pm 0.01 g$, miscelandole poi energeticamente in un volume d'acqua depurata di 70 l caratterizzato da un'incertezza di misura $\Delta V_{H_2O} = 0.5 l$. L'errore relativo sulla misura della concentrazione risulta pari alla somma degli errori relativi della massa di fluoresceina e del volume d'acqua, in particolare nel caso più gravoso ($C=2.5mg/l$) si ha: $\Delta C_r = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta V_{H_2O}}{V_{H_2O}} + \frac{\Delta p_f}{p_f} = \frac{0.5}{70} + \frac{0.01}{70 \cdot 2.5/1000} \simeq 6.4 \%$

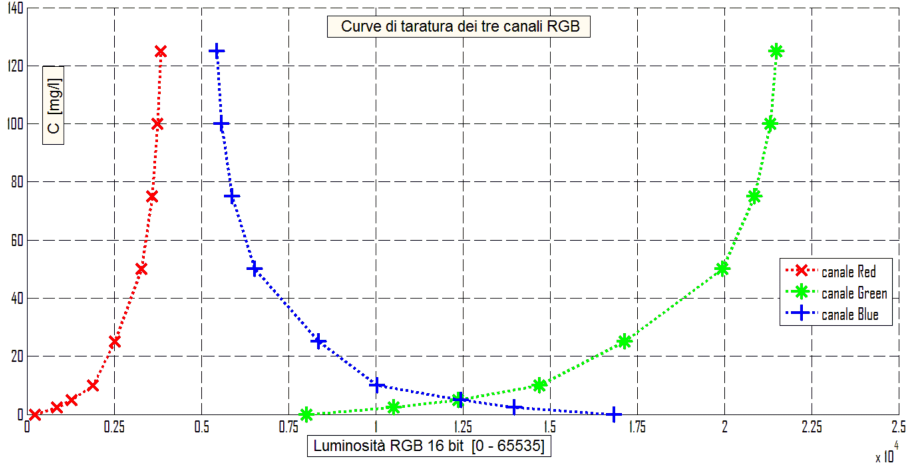


Figura 4.4: Curve di calibrazione dei tre canali RGB.

Per la mera operazione matematica, si sceglie un generico pixel di coordinate i, j sul fotogramma e si identifica un suo intorno sul quale mediare le misure; tale intorno si è assunto pari a $15 \times 15 px$, corrispondente ad un quadrato di circa 4 mm di lato sulla parete reale, ciò in ragione del fatto che il volume rappresentativo è costituito da granelli di vetro ed interstizi dell'ordine del millimetro (fig. 1.1). Si calcola quindi, per ciascuno dei dieci valori di concentrazione scelti, la media della luminosità registrata, procedimento che viene eseguito distintamente per ogni canale, ottenendo così tre serie di vettori di luminosità (R,G,B), da correlare al vettore delle concentrazioni. In fig. 4.4 sono riportati le tre curve di taratura ricavate su un punto centrale del dominio, la relazione adottata è una spline cubica.

4.3 Misure quantitative

4.3.1 Analisi globale nel dominio

Un primo metodo di controllo del sistema consiste nel rilevare fotograficamente la quantità di inquinante penetrato nel dominio fino

ad un dato istante, eseguendo una misura estesa a tutta la parete di esposizione. Nel dettaglio, scelta una finestra rettangolare di poco inferiore a tutta l'area di osservazione sulla parete illuminata, la si suddivide in quadrati di $15 \times 15 px$, su ognuno di questi si esegue una misura di luminosità e, tramite la taratura, si determina la concentrazione C_i corrispondente. La sommatoria di tali concentrazioni, moltiplicata per la superficie del singolo quadratino, fornisce il desiderato integrale superficiale, che va esteso a tutto l'acquifero di profondità B . Il valore desunto viene poi confrontato con il volume iniettato, misurato in continuo dal misuratore di livello predisposto nel vaso di Mariotte. In fig. 4.5 è riportato un esperimento in cui si sono iniettate in sequenza due portate di 1.04 ml/s e 2.14 ml/s, costanti nei rispettivi intervalli. La concordanza delle due misure si evince, nel grafico, dalla coincidenza della retta tratteggiata indicante il volume iniettato e la cui pendenza rappresenta la portata, con le curve di rilevazioni, distinte per i canali Red e Green; il canale Blue è risultato disturbato dall'illuminazione e pertanto non è stato considerato. Quando il plume oltrepassa il limite ultimo della finestra di misura, le due curve si separano; fermo restando la portata di iniezione, le curve R e G di rilevazione fotografica si mantengono orizzontali fino al termine dell'iniezione, termine segnato dalla fine della retta tratteggiata. Da qui comincia la discesa fino a che tutto l'inquinante abbandona l'area di rilevazione.

Dal grafico si nota la non perfetta coincidenza tra le curve per la prima iniezione, che si traduce in una sottostima della portata, valutata dell'ordine del 5%. Questo dato va però confrontato con l'incertezza di misura, dello stesso ordine di grandezza, del rilevatore di livello, che risente della deriva termica e di altri effetti legati alla soluzione stoccata nel vaso, oltre ai comuni fenomeni legati alla circuiteria elettronica.

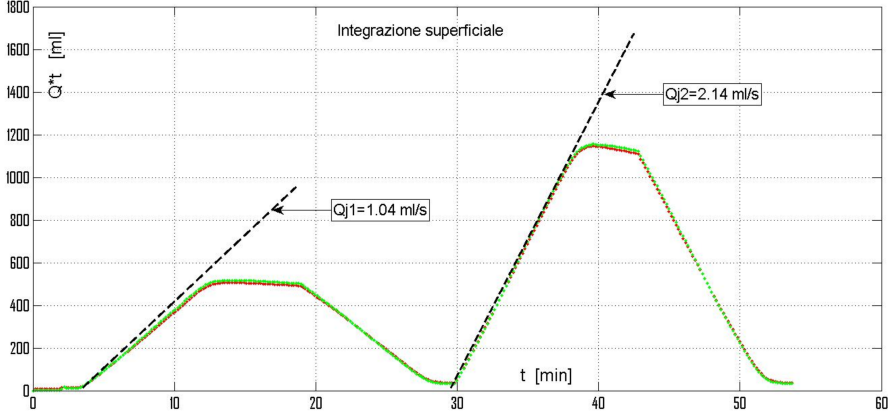


Figura 4.5: Integrazione globale.

4.3.2 Analisi lungo una sezione verticale

Si consideri una striscia verticale, trasversale al pennacchio come da fig. 4.6; tale striscia sul fotogramma reale può essere considerata come la somma di N pixel consecutivi. Note le dimensioni del fotogramma $3437 \times 2000 \text{ px}$ e le corrispondenti dimensioni reali, 895 mm di larghezza per 520 mm di altezza, si può definire il parametro k_b come la dimensione reale di un lato del quadrato corrispondente ad un singolo pixel e lo si determina con la seguente media geometrica:

$$k_b = \sqrt{\frac{895 \cdot 520}{3437 \cdot 2000}} = 0.26 \text{ mm} \quad (4.1)$$

il tempo necessario al plume per attraversare la striscia di ampiezza Δx è espresso dalla seguente:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{eff}}$$

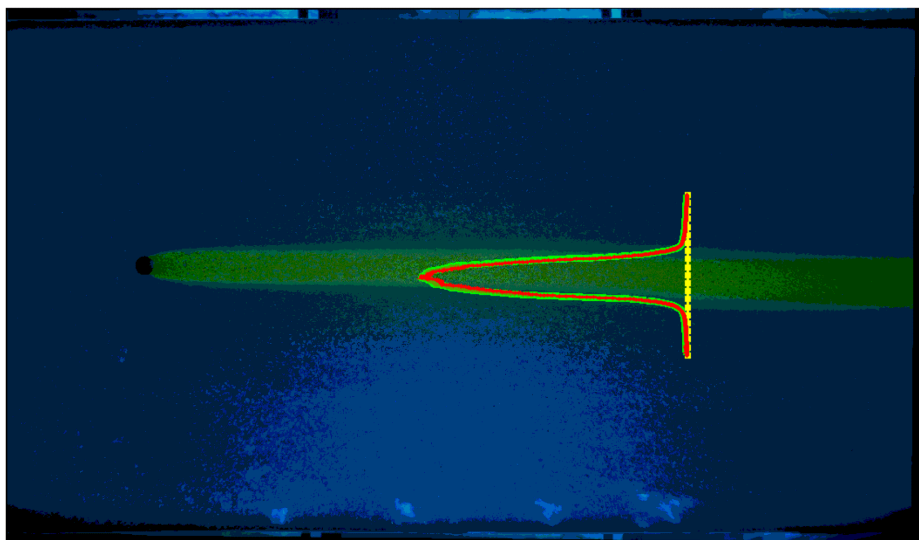


Figura 4.6: Analisi lungo una sezione trasversale.

La v_{eff} rappresenta la velocità effettiva di avanzamento del plume, la si rileva direttamente dall'analisi dei fotogrammi, leggendo i tempi di arrivo tra due traguardi a distanza nota (L). Con maggiore rigore, scelti due punti sul fotogramma, uno prossimo all'iniettore ed uno a valle, si costruiscono per essi le curve di penetrazione $C(t)$. Da queste si determina l'*arrival time* T come la distanza temporale tra i due punti di flesso delle due curve, si può quindi valutare con precisione la v_{eff} , come rapporto L/T . Indirettamente invece può essere ricavata dividendo la velocità di Darcy, empiricamente ottenuta dalla misura della portata di fondo, per la porosità del mezzo:

$$v_D = \frac{Q_f}{B \cdot H_{med}} \implies v_{eff} = \frac{v_D}{\theta}$$

la quantità di massa che transita nella striscia nel tempo Dt è:

$$\Delta M = \int_V C \delta V$$

essendo V il volume che può essere espresso come:

$$V = B \cdot \Delta x \cdot Y \cdot \theta$$

dove Y è l'altezza della sezione di misura. Quindi si può scrivere:

$$\Delta M = B \cdot \Delta x \int_Y C \cdot \theta \cdot \delta y \cong B \cdot \Delta x \cdot \sum_Y (C_i \cdot \theta \cdot \Delta x) \quad (4.2)$$

Siccome la striscia di altezza Y può essere scomposta, sul fotogramma, in N pixel contigui, l'integrale può essere sostituito con la sommatoria del prodotto della concentrazione calcolata nel pixel, per l'altezza dello stesso, altezza che sarà ancora pari a Δx nel riferimento reale, essendo il pixel quadrato.

Risulta fondamentale però una precisazione in merito alla porosità da considerare nella 4.2; in teoria si dovrebbe adottare la porosità media di volume genericamente indicata con θ , in realtà il calcolo della sommatoria viene effettuato con la C_i rilevata a parete dove la porosità non è quella media del volume ma quella appunto di parete θ^p . Risulta quindi necessario tener conto di tale approssimazione sperimentale introducendo un parametro di incertezza ψ , che per le ragioni dette dovrà essere proporzionale alla porosità di parete, ovvero al rapporto tra questa e quella media di volume.

Inoltre tale parametro ingloba in sé eventuali errori di non perfetta e uniforme distribuzione lungo lo spessore orizzontale dell'acquifero (B), imputabili all'iniezione o alla geometria del dispositivo.

$$\psi \propto \frac{\theta^p}{\theta} B$$

Definito $S = \sum_Y C_i$ il valore della sommatoria così come si ricava dall'analisi dei fotogrammi, la 4.2 si trasforma nella seguente:

$$\Delta M \cong B \cdot (\Delta x)^2 \cdot \psi \cdot \theta \cdot S \quad (4.3)$$

la portata massica desiderata sarà quindi calcolabile dividendo la massa ΔM che passa nella fetta di monitoraggio per il tempo Δt impiegato per l'attraversamento.

$$Q_{inj}^{mas} = \frac{\Delta M}{\Delta t} \cong \frac{B \cdot (\Delta x)^2 \cdot \psi \cdot \theta \cdot S}{\Delta x / v_{eff}} = B \cdot \Delta x \cdot S \cdot \psi \cdot \overbrace{\theta \cdot v_{eff}}^{v_D} \quad (4.4)$$

Stante l'ipotesi di soluto conservativo e di immissione continua, la portata massica deve risultare costante al variare dell'ascissa, sarà possibile quindi determinare la portata liquida di iniezione dell'iniettore semplicemente dividendo quella massica per la concentrazione di ingresso C_0 :

$$Q_{inj} = \frac{Q_{inj}^{mas}}{C_0} = \frac{B \cdot \Delta x \cdot S \cdot v_D}{C_0} \cdot \psi \quad (4.5)$$

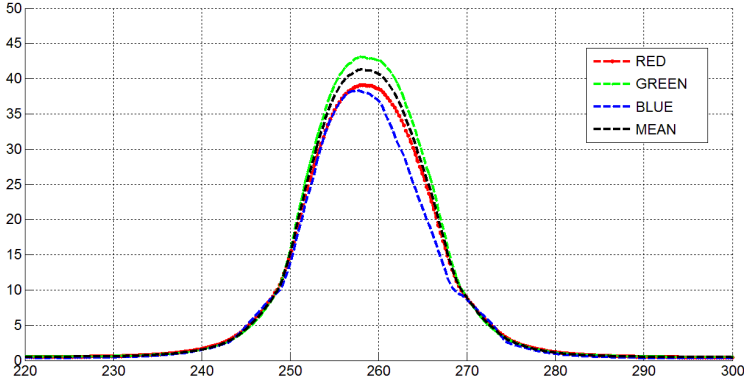


Figura 4.7: Analisi lungo una sezione trasversale.

In fig. 4.7 è riportata un'applicazione relativa all'esperimento E1, con portata di iniezione di 1.04 ml/s; la misura è effettuata ad una

distanza di 45 cm dall'iniettore, dopo un tempo di 12' dall'inizio dell'immissione. Sono riportati, nei rispettivi colori, i risultati desunti dai tre canali R G B ed in nero il valore medio ponderato della distribuzione di concentrazione lungo la sezione verticale ². Dalla 4.5 si deduce un valore medio del parametro $\psi \cong 2.8$ circa pari all'inverso della porosità di volume $\frac{1}{\theta} \cong 2.7$; raddoppiando la portata di immissione (2.14 ml/s) si ottiene un stima del tutto simile $\psi \cong 2.7$

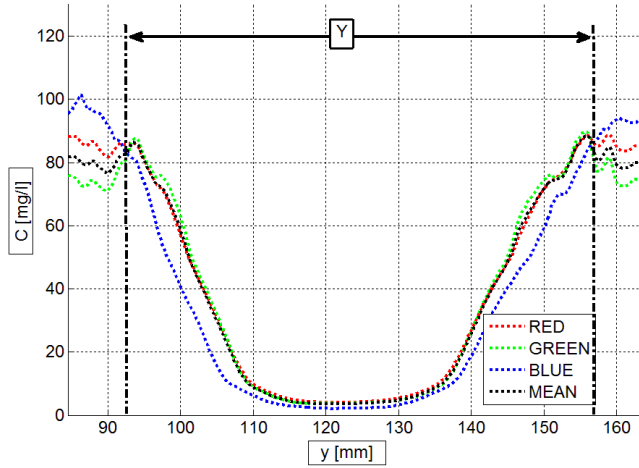


Figura 4.8: Analisi lungo la sezione trasversale, prova inversa E3.

In fig. 4.8 è invece riportato il risultato grafico dell'analisi condotta sull'esperimento E3 (*prova inversa*) in cui acqua pulita viene immersa in un fondo a concentrazione nota ($C_0 = 120$ mg/l). La sezione verticale di misura, larga Y , si riferisce alla stessa posizione ed allo stesso tempo del caso precedentemente esaminato; inizialmente la portata massica di soluto, transitante nella sezione di misura, è pari a: $M'_0 = C_0 \cdot v_D \cdot B \cdot k_b \cdot Y$

Al tempo di misura $t_m = 12'$, richiamando la 4.5 si ricava la portata massica residua, graficamente proporzionale all'area sottesa dalla curva: $M'_{tm} = B \cdot \Delta x \cdot S \cdot v_D \cdot \psi$

²I pesi derivano dalla trasformazione *rgb2gray Mathworks* [32] $r = 0.2989$; $g = 0.5870$; $b = 0.1140$

La portata iniettata a concentrazione nulla si ottiene per differenza: $q_{in} = \frac{M'_0 - M'_{tm}(\psi)}{C_0}$.

Indirettamente, nota la portata iniettata, $q_{in} = 1.04$ ml/s, si ricava un'ulteriore stima del parametro adimensionale adottato: $\psi \cong 2.6$.

Si nota inoltre che per alti valori di concentrazione i tre segnali risultano alquanto disturbati, fatto probabilmente imputabile ad una zona di miscelazione non ottimale.

4.4 Porosità di volume ed alla parete

Una significativa causa di discostamento dal modello teorico è da ricercare nella soluzione di continuità rappresentata dalla parete di confine; l'influenza che essa apporta al sistema, per quanto caratterizzata da una fascia di pochi millimetri, diviene significativa dal momento che la rilevazione viene fatta proprio alla parete. Di seguito si fornisce una interpretazione concernente gli aspetti puramente geometrici legati alla locale variazione di porosità, tralasciando altri effetti, probabilmente di minore entità, legati a fenomeni di rifrazione e aberrazione cromatica, comunque riducibili con una calibrazione puntuale.

Si richiama la definizione data in 1.1 della porosità, parametro fondamentale da cui discende la denominazione di “mezzo poroso”.

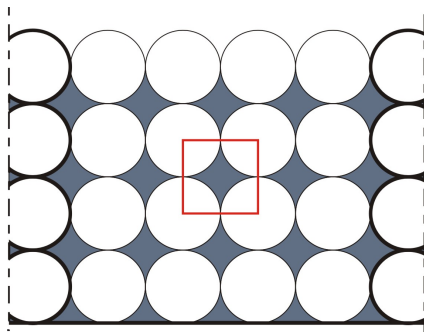


Figura 4.9: Disposizione *cubica* $\rightarrow n_{Max} = 0.48$

Con riferimento ad una matrice incoerente costituita da sfere di pari diametro, attraverso un ragionamento prettamente geometrico si possono definire i limiti estremi del range di valori che tale parametro può assumere.

Con una disposizione cubica, in cui i centri delle sfere sono posizionati ai vertici di un quadrato, si ottiene il limite superiore: $n_{Max} = 0.48$, (fig.4.9); di contro, con una disposizione spaziale di tipo “romboedrica”, dove i centri delle singole sfere sono disposti ai vertici di un rombo (fig.4.10) si ottiene il limite inferiore: $n_{min} = 0.26$.

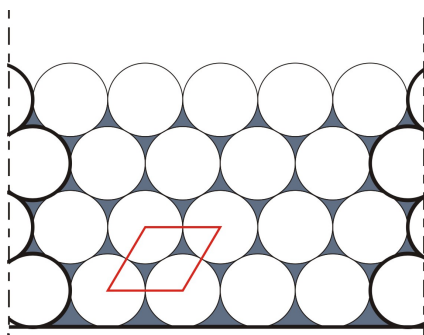


Figura 4.10: Disposizione romboedrica $n_{min} = 0.26$

Nel moto dei fluidi nei mezzi porosi ciò che realmente interessa è la porosità efficace o cinematica n_c definita in 1.2, un'approssimazione che generalmente si adotta è quella di confonderla con quella media volumetrica n ; caratteristiche di omogeneità e isotropia per un mezzo incoerente, rendono lecita tale ultima approssimazione.

Diverso è il discorso per ciò che concerne la porosità in prossimità di una parete liscia, in particolare per un mezzo poroso incoerente, omogeneo ed isotropo come quello del dispositivo in oggetto.

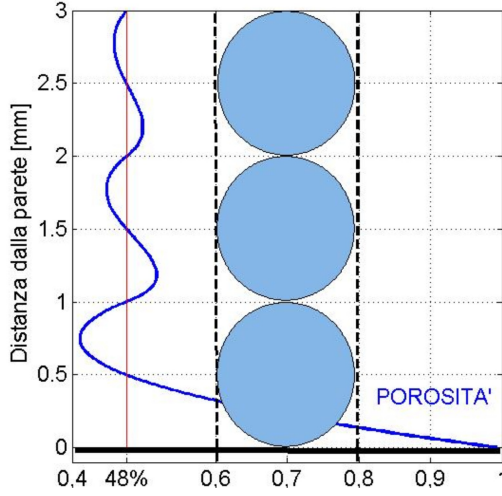


Figura 4.11: Variazione della porosità con la distanza dalla parete nell'ipotesi di distribuzione cubica.

Come si evince dalla fig.4.11, la porosità in vicinanza della parete n^p è palesemente maggiore di quella media di volume n , in particolare, per il caso di disposizione cubica, la si può facilmente ricavare con semplici considerazioni geometriche.

Ipotizzando che lo strato di mezzo poroso che gioca il ruolo principale nel rilievo fotografico abbia uno spessore $h = \frac{R}{2}$, si può agevolmente calcolare il volume della calotta poggiante alla parete, il volume del cubo che la circonda, quindi la porosità cercata nel caso di una disposizione *cubica*;

$$V_{calotta} = \pi \cdot h^2 \cdot \left(R - \frac{h}{3}\right) = \pi \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \left(R - \frac{R}{6}\right) = \pi \cdot \frac{5}{24} \cdot R^3$$

$$V_{cubo} = A \cdot h = (2 \cdot R)^2 \cdot \frac{R}{2} = 2 \cdot R^3$$

$$n^p = 1 - \frac{V_{calotta}}{V_{cubo}} = 1 - \frac{\pi \cdot \frac{5}{24} \cdot R^3}{2 \cdot R^3} \cong 1 - 0.327 \cong 0.67 \gg n \quad (4.6)$$

Come si può notare la porosità a parete risulta notevolmente maggiore di quella massima n_{Max} e crescerebbe al diminuire di h .

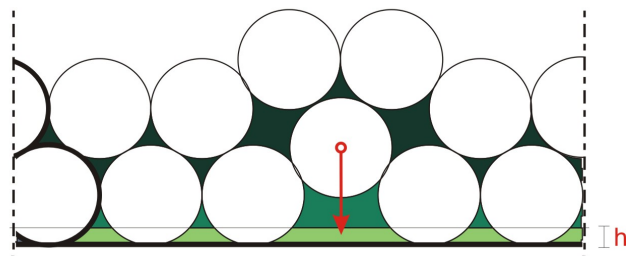


Figura 4.12: Effetto cuneo in prossimità della parete.

Anche nel caso della disposizione romboedrica, l'incunearsi di una sferetta tra quattro poggianti a parete (fig. 4), altro non farebbe che allontanare le limitrofe e costituire un ulteriore vuoto tra essa stessa e la parete, incrementando quindi n^p . Al limite, se la sferetta nell'incunearsi raggiunge la superficie, si ricade nella condizione della disposizione cubica.

4.4.1 Variazione della permeabilità per l'effetto parete

Per il mezzo poroso in esame, si è valutata sperimentalmente una porosità media all'incirca pari a $\bar{n} = 37\%$; applicando la 1.16 si ricava un rapporto tra la permeabilità a parete³ e quella media di circa 20; applicando la 1.17 questo rapporto sale a circa 60. Tralasciano le immancabili approssimazioni, si può certo ritenere che tra le due permeabilità ci sia almeno un ordine di grandezza di differenza. Questo dovrebbe tradursi in un'accelerazione del fluido in prossimità della parete, con conseguente maggiore dispersione idrodinamica, tra l'altro aggravata da locali fenomeni di riflessione. Probabilmente però l'anticipo del pennacchio che ivi si verifica dovrebbe essere contenuto a causa di un subitaneo mescolamento verso la parte interna del dominio.

³utilizzando il valore della porosità desunto nella 4.6

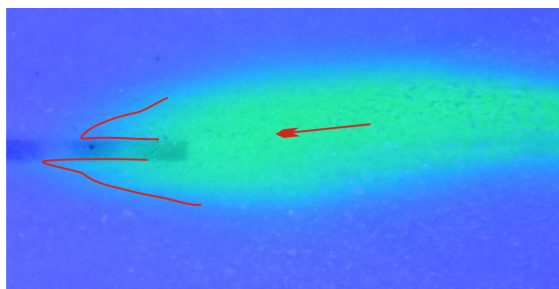


Figura 4.13: Effetto indotto da un setto orizzontale in corrispondenza della mezzeria del pennacchio.

4.5 Stima dei parametri di dispersività

I diversi studi sperimentali ([9, 16]), hanno mostrato una netta correlazione tra i parametri di dispersività e la dimensione media dei pori. Più precisamente il parametro di dispersività longitudinale α_L risulta essere proprio dell'ordine di grandezza del poro, ovvero del diametro medio del grano nel caso di un mezzo uniforme come quello in esame; quello trasversale α_T , generalmente, almeno di un ordine di grandezza inferiore.

Stante l'interpretazione statistica espressa per la 1.34, si può ricavare una metodologia per la stima di tali parametri attraverso l'osservazione delle caratteristiche della distribuzione normale, va precisato però che il supporto teorico si basa sulla risoluzione di un caso monodimensionale e che quindi in questo contesto si può solo giungere ad una stima significativa dell'ordine di grandezza dei parametri desiderati. Nella fig.4.14 è riportata una gaussiana standardizzata ($\mu = 0$, $\sigma = 1$) e la sua curva di probabilità cumulata, si può constatare che la distanza in orizzontale tra i due punti della curva caratterizzati da una probabilità cumulata del 16% e 84% rispettivamente è pari al doppio della deviazione standard 2σ , difatti, l'area sottesa da questa parte della curva è pari al 68%, caratteristica dell'intervallo $\pm 1\sigma \rightarrow (68.3\%)$.

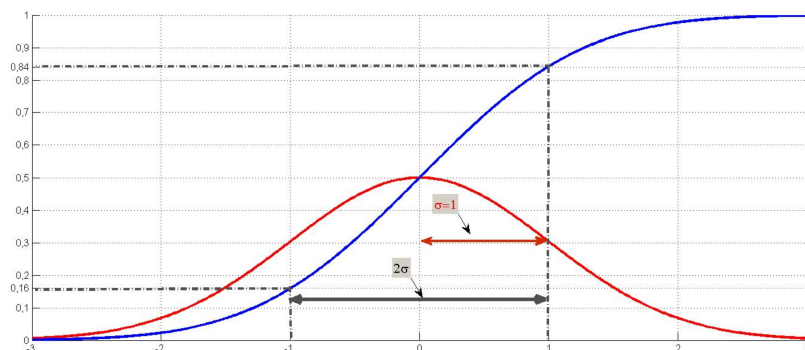


Figura 4.14: Stima della dispersività, determinazioni parametri statistici.

Dalle analisi effettuate delle prove sperimentali, in particolare delle iniezioni a gradino, si possono ricavare le curve di penetrazione, che consentono l'applicazione di una prima metodologia, l'*analisi temporale*. Si sceglie un fissato punto di monitoraggio interessato dal passaggio dell'inquinante e si grafica nel tempo l'evoluzione della concentrazione (4.15).

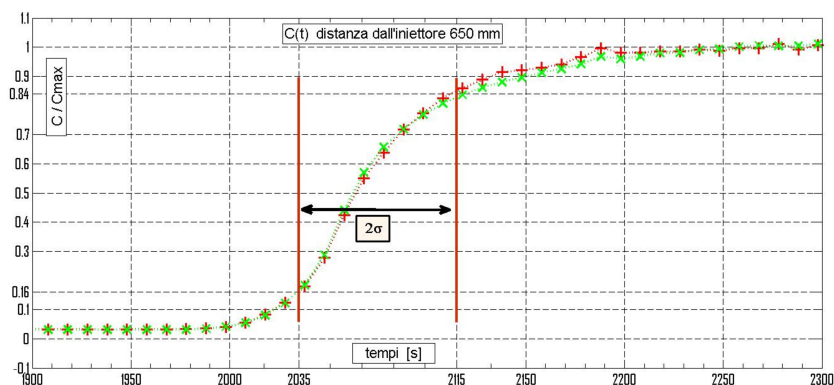


Figura 4.15: Determinazione del coefficiente di dispersione longitudinale con l'analisi temporale.

La fig.4.15 si riferisce ad un fissato punto distante $x=650$ mm dall'iniettore, la distanza in ascissa Δt tra i punti della curva con con-

concentrazione relativa di 0.84 e 0.16 è pari a al doppio della deviazione standard: $\Delta t = 2\sigma_t$, da cui discende il coefficiente di dispersione longitudinale D_L e la dispersività longitudinale α_L :

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \frac{\Delta t}{2} = \frac{(2115-2035)[s]}{2} = 40.0 \text{ s}; \\ D_L &= \frac{(\sigma_L)^2}{2 \cdot t} = \frac{(v \cdot \sigma_t)^2}{2 \cdot \frac{x}{v}} = \frac{(55.2)^2}{2 \cdot 650 / 1.38} = 3.23 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \\ \alpha_L &= \frac{D_L}{v} = \frac{3.23}{1.38} = 2.34 \cdot \text{mm};\end{aligned}$$

Altra metodologia è quella basata sull'analisi della curva di distribuzione spaziale, ovvero l'analisi della concentrazione, questa volta per un fissato istante (o fotogramma), al variare dell'ascissa dei punti di monitoraggio, allineati lungo il pennacchio ad intervalli regolari.

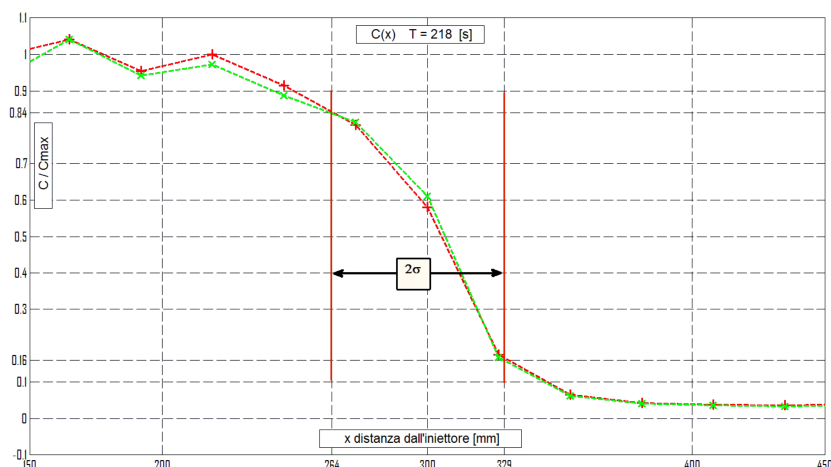


Figura 4.16: Determinazione del coefficiente di dispersione longitudinale con l'analisi spaziale.

La fig.4.16 si riferisce ad un tempo medio dall'immissione $T = 218$ s. La distanza in ascissa (Δx) tra i punti della curva con concentrazione relativa di 0.84 e 0.16 è pari a al doppio della deviazione standard: $\Delta x = 2\sigma_L$, da cui discende il coefficiente di dispersione longitudinale D_L e la dispersività longitudinale α_L :

$$\sigma_L = \frac{\Delta x}{2} = \frac{(329-264)}{2} = 32.5 \text{ mm};$$

$$D_L = \frac{(\sigma_L)^2}{2 \cdot T} = \frac{(32.5)^2}{2 \cdot 218} = 2.4 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}};$$

$$\alpha_L = \frac{D_L}{v} = \frac{2.4}{1.38} = 1.7 \text{ mm};$$

La fig. 4.17 si riferisce ad un tempo dall'immissione $T=471$ s, in un punto distante $d=650$ mm dall'iniettore, la distanza in ascissa tra i punti della curva con concentrazione relativa di 0.84 e 0.16 è pari al doppio della deviazione standard, questa volta trasversale, essendo l'analisi condotta lungo un striscia verticale: $\Delta y = 2\sigma_T$;

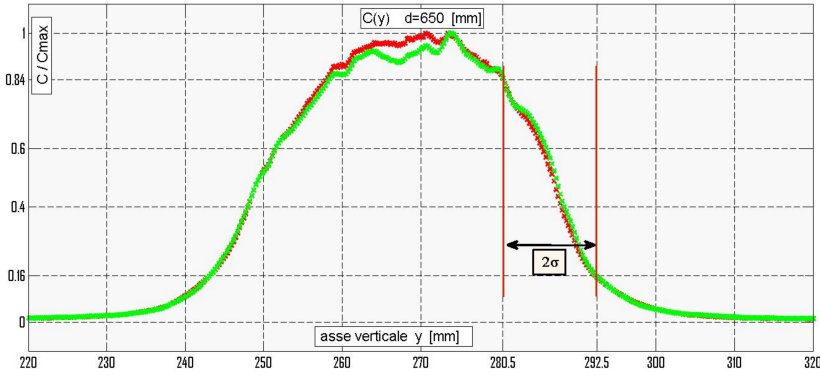


Figura 4.17: Analisi spaziale lungo l'asse verticale.

$$\sigma_T = \frac{\Delta x}{2} = \frac{(292.5-280.5)}{2} = 6.0 \text{ mm};$$

In questo caso però non è possibile ricavare il coefficiente di dispersività applicando le solite relazioni che sono relative al caso monodimensionale che non contemplano affatto la dispersione trasversale. Unica valutazione può essere fatta sul rapporto tra σ_L e σ_T , nel caso di fig. 4.15 si ha: $\sigma_L = v \cdot \sigma_t = 55.2 \text{ mm} \Rightarrow \frac{\sigma_T}{\sigma_L} = \frac{6}{55.2} \cong 0.11$; e nel caso di fig. 4.16 si ha: $\frac{\sigma_T}{\sigma_L} = \frac{6}{40} \cong 0.15$. I due valori ottenuti, anche se solo qualitativamente, possono confermare l'idea che tra dispersione trasversale e longitudinale ci sia un ordine di grandezza di differenza. Successive simulazioni con codice numerico potranno fornire ulteriori e più precise indicazioni circa il coefficiente di dispersione trasversale.

4.6 Modflow- MT3D

Il Modflow [38] è un codice di calcolo che permette di risolvere il problema del flusso in un mezzo poroso saturo, si basa sul metodo numerico delle differenze finite, applicato ad un grigliato rettangolare 3D per la schematizzazione del dominio. È stato sviluppato negli anni '80 dal U.S. Geological Survey in linguaggio Fortran, in ambiente DOS; ha subito diversi sviluppi negli anni e ad oggi risulta il più usato nel settore idrogeologico, anche grazie al fatto che è rilasciato liberamente ed ai tanti moduli aggiuntivi che ne permettono specifiche applicazioni. Tra questi il modulo MT3D-MS [39], sempre operante alle differenze finite, permette di risolvere il problema del trasporto di soluti reattivi, includendo il caso transitorio anche nella modalità non disaccoppiata. Per una gestione unita e più immediata di tali software si è utilizzata l'interfaccia grafica GMS [43], che tra l'altro, permette di gestire anche il codice Femwater [44], alternativa agli elementi finiti del Modflow, con il quale sono state eseguite le stesse simulazioni per confronto.

A mezzo di questi codici è stato sviluppato un apposito modello numerico riprodotto il più fedelmente possibile quello fisico, per progettare e simulare le varie esperienze. Si riportano di seguito due risultati di simulazioni relative agli esperimenti E5 ed E6 di cui al punto 3.1, per entrambi il dominio è stato interpretato da una griglia tridimensionale con maglia di 1 cm^3 .

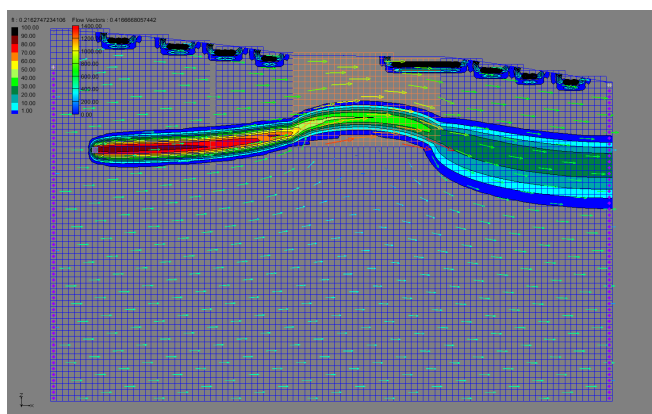


Figura 4.18: Simulazione dell'esperimento E5, dreno.

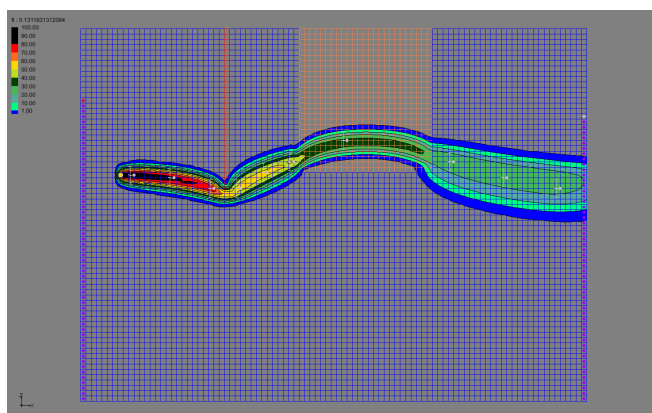


Figura 4.19: Simulazione dell'esperimento E6, setto e dreno.

Preliminarmente con diverse simulazioni, si è cercato di capire nel dettaglio l'influenza dei due parametri di dispersione sulle curve di penetrazione, palesando che quello longitudinale agisce principalmente sull'inclinazione del fronte di avanzamento della BTC, mentre α_T sortisce l'effetto di distribuire lateralmente il soluto in modo da ridurre la concentrazione al colmo.

Per una stima più dettagliata di α_L si sono confrontati i dati sperimentali e quelli numerici adimensionalizzati rispetto al valore massimo; in fig.4.20 sono riportati i risultati ottenuti riproducendo

con il modello numerico l'esperimento E1, con la portata di iniezione di 1.04 ml/s. Per ricavare le curve di penetrazione in formato numerico con l'MT3D sono stati predisposti appositi "observation point" sull'asse centrale di evoluzione del pennacchio, i dati mostrati si riferiscono ad un punto distante 650 mm dall'iniettore, coincidente con il punto di monitoraggio sul modello fisico. Il valore che meglio interpreta la distribuzione reale è: $\alpha_L = 2 \text{ mm}$.

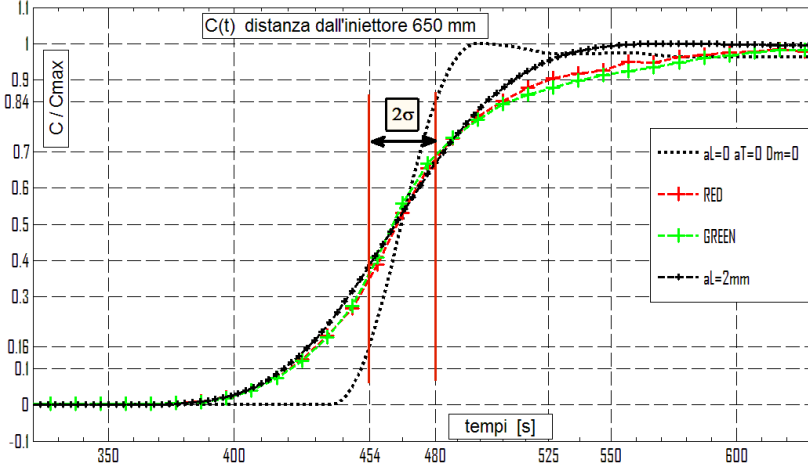


Figura 4.20: Stima del coefficiente di dispersività longitudinale.

Sempre nello stesso grafico è riportata la curva di penetrazione ottenuta dal modello numerico imponendo la nullità dei due parametri di dispersione e del coefficiente di diffusione molecolare ⁴, ciò al fine di valutare sommariamente l'effetto prodotto dalla dispersione numerica. Con le medesime procedure utilizzate per il caso di fig.4.15 si ottiene:

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \frac{\Delta t}{2} = \frac{(480-454)[s]}{2} = 13.0 \text{ s}; \\ D_L &= \frac{(\sigma_L)^2}{2 \cdot t} = \frac{(v \cdot \sigma_t)^2}{2 \cdot \frac{x}{v}} = \frac{(17.94)^2}{2 \cdot 650/1.38} = 0.34 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \\ \alpha_L &= \frac{D_L}{v} = 0.25 \text{ mm};\end{aligned}$$

⁴in tutti gli altri esperimenti per la diffusione molecolare si è adottato il valore di $0.0036 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$

Per la stima del coefficiente di dispersività trasversale si sono confrontati i risultati del medesimo esperimento, questa volta non adimensionalizzati, puntando alla ricerca di quel valore di α_T che riproduce al meglio le evidenze sperimentali. Nel grafico di fig.4.21 si evince che il risultato migliore si ottiene con $\alpha_T = 0.3\text{ mm}$. Tale valore risulta abbastanza elevato in relazione ad altri dati reperibili in bibliografia, una possibile spiegazione potrebbe risiedere nella modalità di iniezione; difatti immediatamente a valle dei fori dell'iniettore è ragionevole che si verifichi un “brusco allargamento” per effetto del più lento moto di fondo, cosa peraltro supportata dalle immagini che mostrano un plume pienamente sviluppato sin dall'origine. Ad ulteriore riprova di quanto detto, si sono effettuate altre stime di α_T per portate di iniezione maggiori e si sono riscontrati valori leggermente crescenti, segno che l'effetto dell'immissione è quantomeno proporzionale al valore della portata di ingresso.

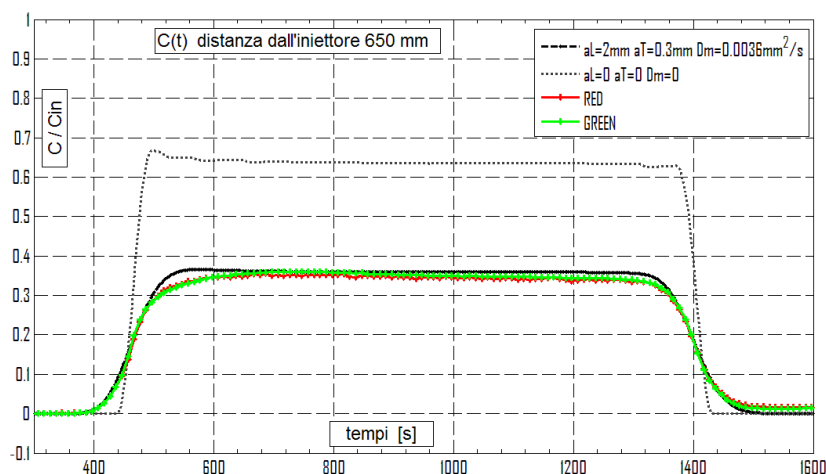


Figura 4.21: Stima del coefficiente di dispersività trasversale.

Capitolo 5

Ricerca della sorgente

5.1 Problema inverso

Il problema diretto o “*in avanti*” nel caso del trasporto di inquinanti nei mezzi porosi, è descritto dalla 1.30; nota l’immissione in termini di posizione della sorgente $\mathbf{x}_0(t_0)$ e l’andamento temporale dell’immissione $C_0(t)$ (*storia di rilascio*), è possibile determinare la distribuzione che si avrà nel dominio, una volta noti i parametri della relazione. Si definisce “*problema inverso*” il quesito opposto, nota una distribuzione di concentrazioni, ad esempio da misure discrete effettuate per campionamento nel dominio di interesse, determinare la posizione della sorgente e la storia di rilascio. Questo è un classico problema mal posto, aggravato dalle incertezze di misura che possono affliggere i dati di concentrazione o i parametri del problema diretto, campo di moto, tensore di dispersione idrodinamica ecc. Diverse sono le metodologie sviluppate che tentano di regolarizzare e risolvere il problema inverso ([45],[46],[47] ecc); di recente un notevole sviluppo hanno avuto i metodi stocastici per le loro elevate potenzialità. Questi si basano sul teorema di Bayes, ovvero sul calcolo della probabilità a posteriori di un determinato vettore di incognite, nota la probabilità a priori dello stesso. In particolare, nell’approccio geostatistico, si calcola la

matrice di sensitività, operazione molto onerosa dal punto di vista computazionale in quanto richiederebbe la risoluzione di un problema diretto per ogni punto in cui si vuole discretizzare la funzione incognita ricercata e per ogni osservazione. Per rendere più agevole questo processo si può far ricorso al metodo degli stati aggiunti ([3], [48]), metodo che permette di limitare il numero di problemi diretti da risolvere al solo numero delle osservazioni, nel caso in oggetto il numero delle concentrazioni misurate nel dominio. Inoltre il metodo degli stati aggiunti permette di utilizzare i comuni codici di calcolo per il trasporto, per elaborare i problemi aggiunti che si presentano in una forma computazionalmente del tutto analoga a quelli diretti.

5.1.1 Funzione di trasferimento

Attesa la linearità della 1.30 è possibile ritenere che la distribuzione di concentrazione sia calcolabile come somma di *contributi elementari* o, più generalmente, come integrale di convoluzione della funzione di immissione alla sorgente $C_0(\mathbf{x}_0, t)$ per la cosiddetta “funzione di trasferimento” $f(\mathbf{x}, t')$ [15]:

$$C(\mathbf{x}, t) = \int_0^t C_0(\mathbf{x}_0, \tau) \cdot f(\mathbf{x}, t - \tau) \cdot d\tau \quad (5.1)$$

e note le condizioni al contorno e quelle iniziali, si può risolvere il problema a patto di conoscere la f .

Dal punto di vista teorico si può ricavare la funzione di trasferimento dalla risposta del sistema ad una stimolazione unitaria del tipo “*a gradino*” [18], ovvero la $C_0(\mathbf{x}_0 = 0, t)$ viene resa dalla funzione gradino di Heaviside:

$$H = \begin{cases} 1 & \text{per } t \geq 0; \\ 0 & \text{per } t < 0; \end{cases}$$

In questo caso risolvendo l'integrale della 5.1 per $t \geq 0$ si ottiene:

$$C_H(\mathbf{x}, t) = \int_0^t H(\mathbf{x}_0, t) \cdot f(t - \tau) \cdot d\tau = \int_0^t 1 \cdot f(\tau) \cdot d\tau$$

e derivando¹ si ha:

$$\frac{\partial C_H(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \int_0^t \frac{\partial f(\mathbf{x}, \tau)}{\partial t} \cdot d\tau + f(\mathbf{x}, t) \cdot 1 - f(\mathbf{x}, 0) \cdot 0 = f(\mathbf{x}, t) \quad (5.2)$$

si ottiene così la transfer function $f(\mathbf{x}, t)$, essendo nullo l'integrale al secondo membro della 5.2. Tale funzione ingloba in sé tutti i parametri dell'acquifero che influenzano il trasferimento del soluto dalla sorgente al punto di intercettazione. La sua conoscenza in termini analitici è limitata a pochi casi teorici; è possibile ricorrere ad una sua approssimazione numerica generando, con un codice di calcolo, una stimolazione a gradino ed operando numericamente una derivata temporale del risultato. Nel caso di modelli fisici, come nel presente lavoro, la determinazione della $f(\mathbf{x}, t)$ può essere condotta empiricamente generando una stimolazione costante ed elaborandone il risultato.

5.2 Problema aggiunto

Facendo riferimento all'equazione di advezione-dispersione definita in precedenza, si consideri il caso in cui il contenuto d'acqua θ si possa ritenere costante e che il soluto sia conservativo, la 1.30 si semplifica nella seguente:

$$\text{}^1\text{derivazione dell'integrale: } \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{a(t)}^{b(t)} f(\mathbf{x}, t) \cdot dt \right) = \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \cdot dt + f(\mathbf{x}, b(t)) \cdot \frac{\partial b(t)}{\partial t} - f(\mathbf{x}, a(t)) \cdot \frac{\partial a(t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i C) + \frac{q_{in}}{\theta} \cdot C_{in} - \frac{q_o}{\theta} \cdot C \quad (5.3)$$

con $C_{in} = C(\mathbf{x} = 0, t = 0)$, immissione puntuale alla sorgente ($\mathbf{x}=0$). Condizioni al contorno:

$$\begin{cases} C(\mathbf{x}, t = 0) = C_0 & t = 0 \\ C(\mathbf{x}, t) = c_1(\mathbf{x}, t) & su \quad \Gamma_1 \\ \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \cdot \hat{n}_i = c_2(\mathbf{x}, t) & su \quad \Gamma_2 \\ \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} - v_i C \right) \cdot \hat{n}_i = c_3(\mathbf{x}, t) & su \quad \Gamma_3 \end{cases} \quad (5.4)$$

con $\hat{n}_i$ versore normale uscente dalla frontiera Γ_i .

Sia α un generico parametro influente sulla distribuzione di concentrazione C ,

si definisce la sensitività della concentrazione C al parametro α :

$$\xi = \frac{\partial C}{\partial \alpha} \quad (5.5)$$

Derivando la 5.3 rispetto ad α ed ipotizzando che D , $\mathbf{v}$ e q_{in} siano indipendenti dal parametro, si ha:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \xi) - \frac{q_o}{\theta} \cdot \xi \quad (5.6)$$

Si definisce *prodotto interno* tra due generiche funzioni f e g , l'integrale del prodotto delle due funzioni, esteso al dominio del tempo t e dello spazio Ω :

$$\langle f \cdot g \rangle = \iint_{t\Omega} f \cdot g \cdot d\Omega \cdot dt \quad (5.7)$$

Sia w una funzione arbitraria, suscettibile di futura caratterizzazione, a mezzo di essa e del prodotto interno così come definito, si

perviene alla forma debole della equazione 5.6:

$$\begin{aligned} \iint_{t\Omega} w \frac{\partial \xi}{\partial t} d\Omega dt &= \iint_{t\Omega} w \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j}) d\Omega dt + \\ &- \iint_{t\Omega} w \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \xi) d\Omega dt - \iint_{t\Omega} w \frac{q_o}{\theta} \xi d\Omega dt \end{aligned} \quad (5.8)$$

Analizzando separatamente ogni componente della 5.8 e facendo uso del teorema di Gauss Green si ha:

$$\begin{aligned} \iint_{t\Omega} w \frac{\partial \xi}{\partial t} d\Omega dt &= \iint_{t\Omega} \frac{\partial(w\xi)}{\partial t} d\Omega dt - \iint_{t\Omega} \xi \frac{\partial w}{\partial t} d\Omega dt \\ \iint_{t\Omega} w \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j}) d\Omega dt &= \\ \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (w D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j}) d\Omega dt - \iint_{t\Omega} D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \frac{\partial w}{\partial x_i} d\Omega dt &= \\ \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (w D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j}) d\Omega dt &+ \\ - \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{i,j} \xi \frac{\partial w}{\partial x_j}) d\Omega dt + \iint_{t\Omega} \xi \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_i}) d\Omega dt &= \\ \iint_{t\Gamma} (w D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j}) \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt - \iint_{t\Gamma} (D_{i,j} \xi \frac{\partial w}{\partial x_j}) \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt + \iint_{t\Omega} \xi \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_i}) d\Omega dt \\ \iint_{t\Omega} w \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \xi) d\Omega dt &= \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (w v_i \xi) d\Omega dt - \iint_{t\Omega} v_i \xi \frac{\partial w}{\partial x_i} d\Omega dt = \\ \iint_{t\Gamma} (w v_i \xi) \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt - \iint_{t\Omega} v_i \xi \frac{\partial w}{\partial x_i} d\Omega dt \end{aligned}$$

avendo indicato con $\hat{n}_i$ il versore normale uscente dalla frontiera Γ_i del dominio Ω . Mettendo a fattor comune il termine ξ e applicando il teorema citato ai termini in cui compare la divergenza, si ottiene la relazione finale:

$$\begin{aligned} \iint_{t\Omega} \left\{ \xi \left[\frac{\partial w}{\partial t} + v_i \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_o}{\theta} \right] - \frac{\partial(w\xi)}{\partial t} \right\} d\Omega dt + \\ + \iint_{t\Gamma} \left[w D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} - \xi D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j} - \xi w v_i \right] \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Per la derivazione dell'equazione aggiunta della 5.3 bisogna annullare l'integrale di frontiera presente nella 5.9 .

Applicando la medesima procedura al sistema 5.4 si ricavano le rispettive condizioni al contorno per la variabile aggiunta w ;

derivazione per il parametro α :

$$\begin{cases} \xi_0(x, t = 0) = \frac{\partial C_0}{\partial \alpha} & t = 0 \\ \xi(x, t) = 0 & su \quad \Gamma_1 \\ \left(D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) \cdot \hat{n}_i = 0 & su \quad \Gamma_2 \\ \left(D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} - v_i \xi \right) \cdot \hat{n}_i = 0 & su \quad \Gamma_3 \end{cases} \quad (5.10)$$

Le condizioni al contorno 5.10 vengono quindi imposte separatamente all'integrale di frontiera presente nella 5.9, generando così le omologhe condizioni al contorno da imporre alla variabile w , andando in tal modo a limitarne l'arbitrarietà prima annunciata.

Su Γ_1 , essendo nulla ξ per le 5.4, l'integrale alla frontiera si riduce a:

$$\iint_{t\Gamma_1} \left[w D_{i,j} \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right] \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt$$

e per annullarlo occorre imporre la condizione:

$$w = 0 \quad su \quad \Gamma_1 \quad (5.11)$$

La condizione al contorno per w su Γ_2 annulla solo il primo termine, l'integrale diviene:

$$\iint_{t\Gamma_2} \left[-\xi D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j} - \xi w v_i \right] \cdot \hat{n}_i d\Gamma dt$$

che obbliga ad imporre:

$$\left[D \frac{\partial w}{\partial x_j} + w v_i \right] \cdot \hat{n}_i = 0 \quad \text{su} \quad \Gamma_2 \quad (5.12)$$

La condizione su Γ_3 annulla primo e terzo termine dell'integrale di frontiera presente nella 5.9 e ciò induce ad imporre la 3^a condizione al contorno su w :

$$\left[D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j} \right] \cdot \hat{n}_i = 0 \quad \text{su} \quad \Gamma_3 \quad (5.13)$$

Si nota incidentalmente che la 2^a condizione su w , a meno di un segno, corrisponde formalmente alla 3^a relativa alla variabile C e viceversa, la 3^a di w per la 2^a su C .

La 5.9 allora si riduce al solo primo integrale:

$$\iint_{t\Omega} \left\{ \xi \left[\frac{\partial w}{\partial t} + v_i \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_o}{\theta} \right] - \frac{\partial(w\xi)}{\partial t} \right\} d\Omega dt = 0 \quad (5.14)$$

Scelto un funzionale Φ , dipendente dal parametro α e dalla concentrazione C , di modo che tenga conto dello stato del sistema che si vuole indagare, si può definire la *performance measure* P come l'integrale nel dominio del tempo ed in quello dello spazio di Φ :

$$P = \iint_{t\Omega} \Phi(\alpha, C) d\Omega dt \quad (5.15)$$

La sensitività cercata allora può essere espressa nel modo seguente:

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \iint_{t\Omega} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \frac{\partial \Phi}{\partial C} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \right] d\Omega dt \quad (5.16)$$

e rappresenta la risposta infinitesima del sistema ad una variazione infinitesima del parametro α di indagine.

Sostituendo la 5.5 nella 5.16 ed aggiungendovi un termine nullo quale il membro sinistro della 5.14, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \alpha} = & \iint_{t\Omega} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \right. \\ & \left. + \xi \left[\frac{\partial \Phi}{\partial C} + \frac{\partial w}{\partial t} + v_i \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_o}{\theta} \right] - \frac{\partial(w\xi)}{\partial t} \right\} d\Omega dt \end{aligned} \quad (5.17)$$

Un'ulteriore condizione che si impone alla variabile w è quella di annullare il termine tra le quadre:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} + \frac{\partial w}{\partial t} + v_i \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_o}{\theta} = 0 \quad (5.18)$$

Sia $\mathbf{x}_0$ il vettore posizione, nel dominio Ω , che individua la sorgente di contaminante con immissione al tempo t_0 ; sia inoltre $\mathbf{x}_f$ il vettore posizione di un punto del medesimo dominio dove, ad esempio, si è effettuato un campionamento, riscontrando la concentrazione $C(\mathbf{x}_f, t_f)$ al tempo $t_f > t_0$. Ai fini della soluzione del problema inverso bisogna introdurre una nuova variabile tempo: $\tau = t_f - t$, di tipo backward; essendo $d\tau = -dt$, la 5.18 diviene:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} - \frac{\partial w}{\partial \tau} + v_i \cdot \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_o}{\theta} = 0 \quad (5.19)$$

ovvero, facendo uso dell'equazione di continuità per un fluido incompressibile $\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{q_{in}}{\theta} - \frac{q_o}{\theta}$ si ottiene:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} - \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{\partial (v_i \cdot w)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) - w \frac{q_{in}}{\theta} = 0 \quad (5.20)$$

La relazione 5.20 rappresenta l'equazione aggiunta della 5.3, se

ne distingue per il termine sorgente $\frac{\partial \Phi}{\partial C}$ e per il segno del termine dispersivo; la variabile τ cresce all'indietro nel tempo (backward time).

La 5.17 si riduce alla forma seguente:

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \iint_{\tau\Omega} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} - \frac{\partial(w\xi)}{\partial \tau} \right) d\Omega dt = \iint_{\tau\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} d\Omega dt - \int_{\Omega} [w\xi]_{\tau=0}^{\tau=t_f} d\Omega \quad (5.21)$$

Ultima condizione da assegnare alla variabile aggiunta è quella iniziale per $\tau = 0$ che corrisponde al tempo $t = t_f$; si pone:

$$w(\mathbf{x}, \tau = 0) = w(\mathbf{x}, t = t_f) = 0 \quad (5.22)$$

La 5.18 unitamente alle tre condizioni a contorno: 5.11, 5.12 e 5.13, e a quest'ultima posizione iniziale 5.22, va a costituire il problema aggiunto costituito da 5.3 e 5.4.

La 5.21 si riduce alla sua forma finale:

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \iint_{\tau\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} d\Omega dt + \int_{\Omega} w(\mathbf{x}, \tau = t_f) \cdot \xi(\mathbf{x}, t = 0) \cdot d\Omega \quad (5.23)$$

e potrà essere calcolata una volta definito il parametro α ed il funzionale Φ ; dalla sua soluzione si ricava la *distribuzione* $w(\mathbf{x}, t)$.

5.2.1 Backward location probability

Si definisce *backward location probability*, la probabilità che una particella intercettata in $\mathbf{x}_f$ al tempo t_f si trovasse, al tempo t_0 , nel punto $\mathbf{x}_0$ di immissione. Per indagare su tale funzione occorre porre attenzione alla concentrazione residente nel dominio; si sceglie pertanto come *performance measure* proprio tale variabile: $P = C(\mathbf{x}_f, t_f)$. Nell'ipotesi di un'iniezione di inquinante istantanea alla sorgente $\mathbf{x}_0$,

si sceglie quale parametro α proprio la massa iniettata al tempo $t = 0^+$, $\alpha = M$; il funzionale di conseguenza dovrà essere tale da rispettare la definizione 5.15: $\Phi = C(\mathbf{x}, t) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) \cdot \delta(t - t_f)$, dove le $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f)$ e $\delta(t - t_f)$ rappresentano delle *delta di Dirac*². La sua derivata diviene:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = \delta_{(t-t_f)} \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \quad (5.24)$$

Con le posizioni fatte dalla 5.23, essendo il funzionale Φ indipendente dalla massa iniettata e la $\xi_{t=0}$ nulla in tutto il dominio eccetto che alla sorgente dove assume valore unitario, si deduce che la variabile aggiunta, calcolata alla sorgente, è proprio pari alla sensitività della concentrazione residente calcolata al punto di monitoraggio:

$$w(\mathbf{x}_0, t = 0) = \frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{\partial C(\mathbf{x}_f, t_f)}{\partial M} = f_x(\mathbf{x}_f, t_f)$$

5.2.2 Backward travel time probability

Si pone come funzionale la misura di concentrazione, sempre al tempo e al punto di monitoraggio, in questo caso però, in riferimento alla definizione di travel time probability, come concentrazione si assume quella di flusso, $P = C^f(\mathbf{x}_f, t_f)$. Come funzionale si assume sempre la massa iniettata, $\alpha = M$. Analogamente a quanto fatto poc'anzi si deducono gli altri elementi:

per il rispetto della 5.15 dovrà essere: $\Phi = C^f(\mathbf{x}, t) \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \delta_{(t-t_f)}$ e ricordando il legame tra le due concentrazioni indicato in 1.31 si ha:

$$\Phi = \left(C(\mathbf{x}, t) - \frac{D_{i,j}}{|\mathbf{v}|} \frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \right) \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \delta_{(t-t_f)}$$

²La funzione di Dirac è la funzione impulso, nulla in tutto il dominio eccetto dove il suo argomento è nullo e tale che il suo integrale esteso a tutto il dominio ha valore unitario.

Il termine sorgente diviene³:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = \delta_{(t-t_f)} \left[\delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} + \frac{D_{i,j}}{|\mathbf{v}|} \cdot \delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \right] \quad (5.25)$$

Per le stesse ragioni del caso precedente, il primo integrale a secondo membro della 5.23 è nullo e la variabile aggiunta, calcolata alla sorgente, risulta proprio pari alla sensitività della concentrazione di flusso calcolata al punto di monitoraggio $\frac{\partial P}{\partial \alpha}$:

$$w_\tau(\mathbf{x}_0, t = 0) = \frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{\partial C^f(\mathbf{x}_f, t_f)}{\partial M} = \frac{f^t(\mathbf{x}_f, t_f)}{|\mathbf{v}| \cdot \theta \cdot A}$$

$$\begin{aligned} 3 \frac{\partial \Phi}{\partial C} &= \frac{\partial}{\partial C} \left\{ \left(C(\mathbf{x}, t) - \frac{D_{i,j}}{|\mathbf{v}|} \cdot \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \cdot \frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \right) \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \delta_{(t-t_f)} \right\} = \\ &\delta_{(t-t_w)} \left\{ \frac{\partial}{\partial C} \left(C(\mathbf{x}, t) \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right) - \frac{D_{i,j}}{|\mathbf{v}|} \cdot \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \cdot \frac{\partial}{\partial C} \left(\frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right) \right\}, \quad \text{lecito in quanto} \\ &v, D \text{ e } \delta_{(t-t_f)} \text{ sono indipendenti da } C. \end{aligned}$$

Richiamando la definizione data di prodotto interno, con le solite trasformazioni si ha:

$$\begin{aligned} &\iint_{t\Omega} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{x}_j} \right) \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot \partial \Omega \partial t = \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_j} \left(C \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right) \cdot \partial \Omega \partial t - \iint_{t\Omega} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_j} \left(\delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right) \cdot C \cdot \partial \Omega \partial t \\ &= \iint_{t\Gamma} C \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot \hat{n} \cdot \partial \Gamma \partial t - \iint_{t\Omega} \delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot C \cdot \partial \Omega \partial t = - \iint_{t\Omega} \delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot C \cdot \partial \Omega \partial t \end{aligned}$$

essendo $\delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right)$; l'integrale esteso alla frontiera è nullo essendo la *delta di Dirac* diversa da zero solo nel punto x_f interno al dominio. Pertanto, ai fini dell'operazione di *prodotto interno*, il termine $-\frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot \delta_{(x-x_f)}$ risulta equivalente al termine $C \cdot \delta'_{(x-x_f)}$, la derivata $\frac{\partial}{\partial C} \left(\frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot \delta_{(x-x_f)} \right)$ può essere quindi posta nella forma $\frac{\partial}{\partial C} \left(C \cdot \delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right)$ e si ha:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = \delta_{(t-t_w)} \left\{ \left(1 \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \right) - \frac{D_{i,j}}{|\mathbf{v}|} \cdot \frac{v_i}{|\mathbf{v}|} \cdot (-1 \cdot \delta'_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)}) \right\}$$

Capitolo 6

Applicazioni numeriche

6.1 Free FEM

Il `freeFem++` è un codice di calcolo open source, ideato da Pironneau, O., F. Hecht, J. Morice and A. Le Hyaric [49], con un linguaggio direttamente derivato dal `C++`, atto alla risoluzione di equazioni alle derivate parziali (PDE 2D e 3D) con la metodologia agli elementi finiti. Il dominio viene agevolmente suddiviso in mesh, mediante un generatore automatico di griglia basato sull'algoritmo di Varonoi-Delauny, che regola la densità dei punti interni in funzione di quella dei punti al bordo. Tale suddivisione del dominio è regolabile anche a posteriori, con appositi comandi di creazione, raffittimento e modifica. A differenza dei codici precedentemente illustrati, il presente permette la scrittura diretta, in special modo nella forma debole, delle equazioni da integrare. Il maggiore sforzo computazionale è quindi ripagato da una grande flessibilità di applicazione. Inoltre è disponibile un'interfaccia grafica, `freeFem++cs`, per una gestione più facile ed immediata del sistema.

6.1.1 Discretizzazione A.D.E.

La 5.3 nel particolare caso di assenza di portate emunte, può essere

ulteriormente semplificata:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_i \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{q_{in}}{\theta} \cdot C_{in} = 0 \quad (6.1)$$

integrandola nel dominio dello spazio e moltiplicandola per una funzione test g , per adesso assolutamente generica, si ottiene:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial C}{\partial t} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} g \cdot v_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i} \cdot d\Omega \quad + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

Il terzo integrale, ripercorrendo quanto già fatto per la derivazione del problema aggiunto diviene:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \cdot d\Omega \quad = \\ & \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(g \cdot D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \int_{\Omega} D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} (g) \quad = \\ & - \int_{\Omega} D_{i,j} \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot d\Omega \end{aligned}$$

L'integrale della divergenza può essere annullato imponendo la nullità della variabile ausiliaria sulla frontiera Γ di Ω : $g = 0$ su Γ . In tal modo si verifica che:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(g \cdot D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) d\Omega = \int_{\Gamma} \left(g \cdot D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \hat{n} \cdot d\Gamma = 0$$

Posto $S = \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta}$, risulta infine:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} g \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Omega} g \cdot v_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i} \cdot d\Omega \quad + \\ & \int_{\Omega} D_{i,j} \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

6.2 Problema disaccoppiato del trasporto

Nel caso di un soluto conservativo ed in concentrazioni tali da non influenzare la densità dell'acqua, il problema del trasporto può essere definito disaccoppiato, ovvero il campo di moto non è influenzato dalla concentrazione del soluto presente; in quest'ottica la risoluzione del problema può essere scissa in due parti distinte.

Il primo algoritmo concerne la risoluzione del campo di moto determinato dalla 1.15 combinata con la 1.11, le due equazioni, nell'ipotesi di poter ritenere costante la densità del fluido, forniscono:

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla(h)) - \frac{q_{in}}{\theta} = 0$$

Al solito si inserisce la funzione test g_h e si esegue un'integrazione nello spazio:

$$\int_{\Omega} -g_h \cdot \nabla \cdot (k \cdot \nabla(h)) \cdot d\Omega = \int_{\Omega} g_h \cdot \frac{q_{in}}{\theta} \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot d\Omega$$

le $\delta(x - x_0)$, $\delta(y - y_0)$ sono funzioni di Dirac, utili a concentrare la sorgente nel punto di iniezione di coordinate (x_0, y_0) . Il primo integrale subisce la ormai nota trasformazione:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} g_h \cdot \nabla \cdot (k \cdot \nabla(h)) \cdot d\Omega &= \\ & - \int_{\Omega} \nabla \cdot (g_h \cdot k \cdot \nabla(h)) \cdot d\Omega + \int_{\Omega} k \cdot \nabla(h) \cdot \nabla(g_h) \cdot d\Omega &= \\ & - \int_{\Gamma} g_h \cdot k \cdot \nabla(h) \cdot \hat{n} \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} k \cdot \nabla(h) \cdot \nabla(g_h) \cdot d\Omega &= \\ & = + \int_{\Omega} k \cdot \nabla(h) \cdot \nabla(g_h) \cdot d\Omega \end{aligned}$$

In accordo a quanto fatto in precedenza l'integrale alla frontiera è nullo se ivi si impone la nullità della g_h . In definitiva risulta:

$$\int_{\Omega} k \cdot \nabla(h) \cdot \nabla(g_h) \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g_h \cdot \frac{q_{in}}{\theta} \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot d\Omega = 0$$

L'integrazione spaziale avviene con la procedura agli elementi finiti, suddividendo il dominio Ω con una mesh a maglie triangolari; la derivata temporale invece viene resa da una procedura alle differenze finite, iterando l'integrazione spaziale ad ogni passo temporale.

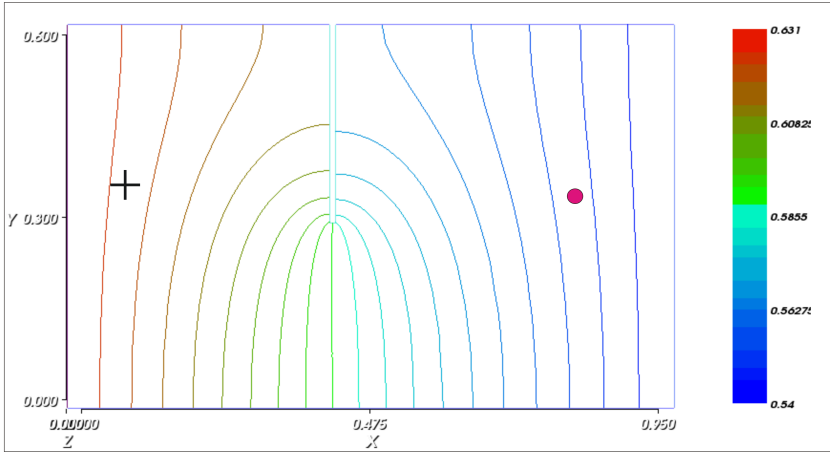


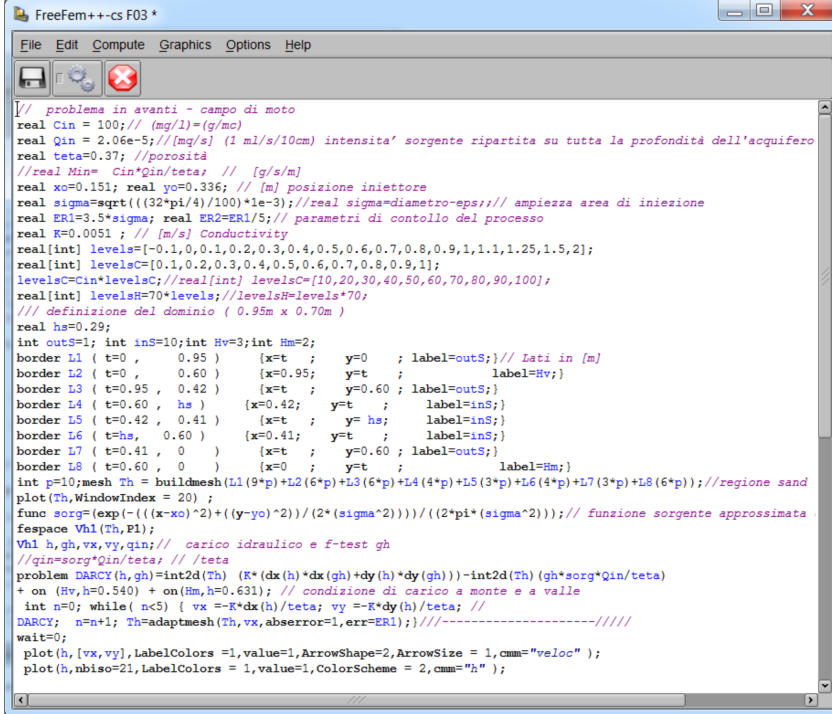
Figura 6.1: Andamento del carico totale h [m], la croce nera indica la posizione dell'iniettore, il cerchio rosso il punto di monitoraggio, dove si effettua la misurazione puntuale della concentrazione ad un tempo di 8' dall'immissione.

Per simulare la funzione *delta di Dirac* si fa ricorso ad una gaussiana bidimensionale, anch'essa con integrale spaziale unitario. Più in dettaglio, detto A_j la sezione complessiva utile per l'iniezione, somma delle sezioni dei 32 fori di iniezione (sec.3.7) e detto B lo spessore della vasca, si sceglie come deviazione standard della gaussiana il valore $\sigma = \frac{A_j}{B}$ di modo che l'integrale del prodotto della gaussiana per il valore complessivo della portata immessa $\frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta}$ restituisca il più fedelmente possibile la reale distribuzione che si verifica nell'impianto, localizzata al punto sorgente. L'ultimo integrale diviene:

$$\int_{\Omega} g_h \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot d\Omega \cong$$

$$\int_{\Omega} g_h \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot \frac{e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot d\Omega$$

Si riporta direttamente il codice commentato da cui è immediato riconoscere la sintassi e la procedura di calcolo (fig. 6.2).



```

FreeFem++-cs F03 *
File Edit Compute Graphics Options Help

// problema in avanti - campo di moto
real Cin = 100; // (mg/l)=(g/mc)
real Qin = 2.06e-5; // [mg/s] (1 ml/s/10cm) intensita' sorgente ripartita su tutta la profondita' dell'acquifero
real teta=0.37; //porosita
//real Min= Cin*Qin/teta; // [g/s/m]
real xo=0.151; real yo=0.336; // [m] posizione iniettore
real sigma=sqrt(((32*pi/4)/100)*1e-3); //real sigma=diametro-eps; // ampiezza area di iniezione
real ER1=3.5*sigma; real ER2=ER1/5; // parametri di controllo del processo
real K=0.0051; // [m/s] Conductivity
real[int] levels=[-0.1,0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1,1.1,1.25,1.5,2];
real[int] levelsC=[0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1];
levelsC=Cin*levels; //real[int] levelsC=[10,20,30,40,50,60,70,80,90,100];
real[int] levelsH=70*levels; //levelsH=levels*70;
// definizione del dominio ( 0.95m x 0.70m )
real hs=0.29;
int outS=1; int inS=10; int Hv=3; int Hm=2;
border L1 ( t=0 , 0.95 ) {x=t ; y=0 ; label=outS; } // Lati in [m]
border L2 ( t=0 , 0.60 ) {x=0.95; y=t ; label=Hv; }
border L3 ( t=0.95 , 0.42 ) {x=t ; y=0.60 ; label=outS; }
border L4 ( t=0.60 , hs ) {x=0.42; y=t ; label=inS; }
border L5 ( t=0.42 , 0.41 ) {x=t ; y= hs ; label=inS; }
border L6 ( t=hs , 0.60 ) {x=0.41; y=t ; label=inS; }
border L7 ( t=0.41 , 0 ) {x=t ; y=0.60 ; label=outS; }
border L8 ( t=0.60 , 0 ) {x=0 ; y=t ; label=Hm; }
int p=10; mesh Th = buildmesh( L1(9*p)+L2(6*p)+L3(6*p)+L4(4*p)+L5(3*p)+L6(4*p)+L7(3*p)+L8(6*p) ); // regione sand
plot(Th, WindowIndex = 20);
func sorg=(exp(-((x-xo)^2)+((y-yo)^2))/(2*(sigma^2)))/((2*pi*(sigma^2))); // funzione sorgente approssimata
fespace Vh1(Th,P1);
Vh1 h,gh,vx,vy,qin; // carico idraulico e f-test gh
//qin=sorg*Qin/teta; // /teta
problem DARCY(h,gh)=int2d(Th) (K*(dx(h)*dx(gh)+dy(h)*dy(gh)))-int2d(Th)(gh*sorg*Qin/teta)
+ on (Hv,h=0.540) + on (Hm,h=0.631); // condizione di carico a monte e a valle
int n=0; while( n<5) { vx =-K*dx(h)/teta; vy =-K*dy(h)/teta; //
DARCY; n=n+1; Th=adaptmesh(Th,vx,abserror=1,err=ER1); //-----
wait=0;
plot(h,[vx,vy],LabelColors =1,value=1,ArrowShape=2,ArrowSize = 1,cmm="veloc" );
plot(h,nbiso=21,LabelColors = 1,value=1,ColorScheme = 2,cmm="h" );

```

Figura 6.2: Codice per la risoluzione del campo di moto.

Il passo successivo consiste nel risolvere il problema del trasporto, integrando l'equazione 6.1 sullo stesso dominio e con l'ausilio della nuova funzione test g . Il termine sorgente subisce la medesima trasformazione di quello omologo del campo di moto:

$$\int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot d\Omega \cong \int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot \frac{e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot d\Omega$$

Il terzo termine diviene:

$$\int_{\Omega} D \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} v_x \cdot \left[\alpha_x \cdot \frac{\partial g}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + \alpha_y \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right] \cdot d\Omega$$

I termini restanti di fatto rappresentano una derivata sostanziale:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + v_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (6.3)$$

Questo problema viene risolto in ambito del FreeFEmm++ [49], con il comando “convect” appositamente realizzato, che si basa sulla risoluzione mediante il metodo di Galerkin delle caratteristiche, con il risultato di ottenere uno schema incondizionatamente stabile. In breve, seguendo un approccio lagrangiano, si definisce la linea caratteristica come quella funzione X_t che approssima la posizione che assumerà al tempo $t + dt$ una particella che al tempo t si trovava nella posizione $\mathbf{x}$ e che in dt ha subito uno spostamento per effetto del campo di moto $\mathbf{v}$. Risulta:

$$\begin{aligned} X_t &\cong x(t + dt, \mathbf{x}(t)) \\ \frac{d}{dt}(X_t) &\cong \mathbf{v}(X_t) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Secondo queste notazioni e ricorrendo, come preannunciato, ad una discretizzazione temporale alle differenze finite, la 6.3 può essere approssimata dalla seguente:

$$\frac{dC}{dt} \cong \frac{C(t+dt, X_t) - C(t, X_t)}{\Delta t} \cong \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial X_t}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C \quad (6.5)$$

Nel dettaglio del codice il valore $C(t, X_t)$ viene reso dall'istruzione $convect(vx, vy, -dt, C(t))$, in cui il passo temporale è negativo per lo schema di tipo backward.

Riassumendo quanto detto la 6.1 si può mettere nella forma:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} g \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C \right) d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{i,j} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in}}{\theta} \cdot C_{in} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

ed applicando i formalismi detti si ottiene l'espressione da implementare nel programma:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} g \cdot \frac{C(t+dt, X_t)}{\Delta t} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{convect(vx,vy,-dt,C(t,X_t))}{\Delta t} \cdot d\Omega + \\ & \int_{\Omega} v_x \cdot \left[\alpha_x \cdot \frac{\partial g}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + \alpha_y \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right] \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{q_{in} \cdot C_{in}}{\theta} \cdot \frac{e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

Lo schema di calcolo, secondo la sintassi del codice, è riportato in fig. 6.3.

```

FreeFem++-cs forward
File Edit Compute Graphics Options Help

// PROBLEMA DI TRASPORTO
ofstream penetr("C_penetrazioni.txt" ); ofstream sorgente("sorgente.txt" ); //files dati di output
real Tsec=0; real deT =1; real Tmax =60*12; //Passo temporale in secondi//
real Tj =Tmax; // durata iniezione [s]
real ax=2e-3; real ay=3e-4; // [m] coefficienti di dispersività
fespace Vh2(Th,F2b); Vh2 c,g,ct,dS; //C_t+1, f-test, C_t , sorgente

problem ADE(c,g,solver=sparsecv)=
  int2d(Th) ( c*g/deT +vx*(ax*dx(c)*dx(g)+ay*dy(c)*dy(g))
+int2d( Th) (-dS*g )//sorgente
+ int2d( Th) (-g*convect ( [ vx , vy] ,-deT , ct )/ deT )
+on(outS,Hm, c=0);//
Tsec=0; dS=sorg*Qin*Cin/teta*deT; //input di iniezione
penetr<<"c(xo,yo) c(0.65,0.25) c(0.85,0.3) c(0.85,0.35) c(0.80,0.35)"<< endl ;
while( Tsec<Tmax) { if(Tsec>Tj) dS=0; //fine iniezione //dS=0; // immissione impulsiva
ADE; Th=adaptTmesh(Th,c,absserror=1,nbv=20000,err=ER2); //-----//
penetr<<Tsec <<" "<<c(0.15,0.4)<<" "<<c(0.23,0.4)<<" "<<c(0.3,0.4)<<" "<<c(0.5,0.4)<<" "<<c(0.7,0.4)<< endl
if ( (Tsec <5*deT)) plot(c,fill=1,wait=0,value=1,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm="t="+Tsec+"[s]");//
if ( !(Tsec % 10) && ((Tsec <100*deT))) plot(c,fill=1,value=1,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm="t="+Tsec+"[s]");//
if ( !(Tsec % 10) && ((Tsec <100*deT))) plot(c,fill=1,value=1,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm="t="+Tsec+"[s]");//
if ( !(Tsec % 60)) plot(c,fill=1,value=1,nbiso=11,viso=levels,ColorScheme = 2,cmm="t="+Tsec/60+"[min]");//
if ( !(Tsec % 60)) plot(c,fill=1,value=1,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm="t="+Tsec/60+"[min]");//
Tsec=Tsec+deT;ct=c;}

```

Figura 6.3: Codice per il problema in avanti del trasporto.

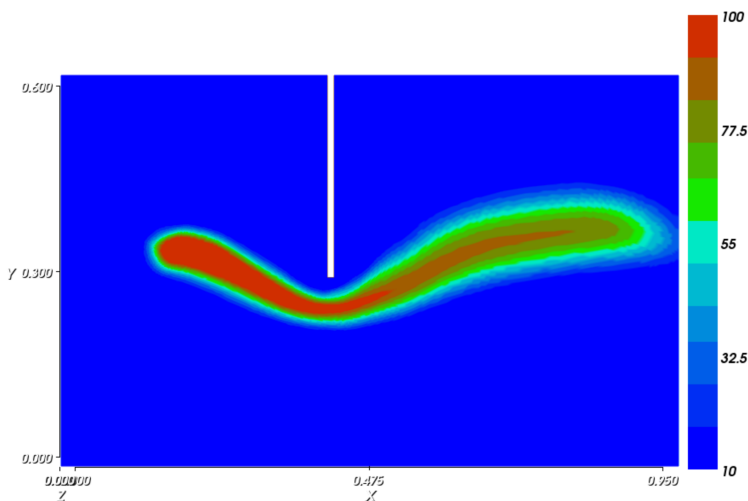


Figura 6.4: Output della distribuzione di concentrazione dopo 10 minuti dall'immissione.

6.3 Discretizzazione dell'Adjoint problem

6.3.1 Location probability

La 5.19 nel caso di assenza di portate emunte, diviene:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} - \frac{\partial w}{\partial \tau} + v_i \frac{\partial w}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{i,j} \frac{\partial w}{\partial x_j}) = 0$$

il risultato ottenuto in 5.25 fornisce il termine forzante:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = \delta_{(\tau)} \cdot \delta_{(x-x_f)}$$

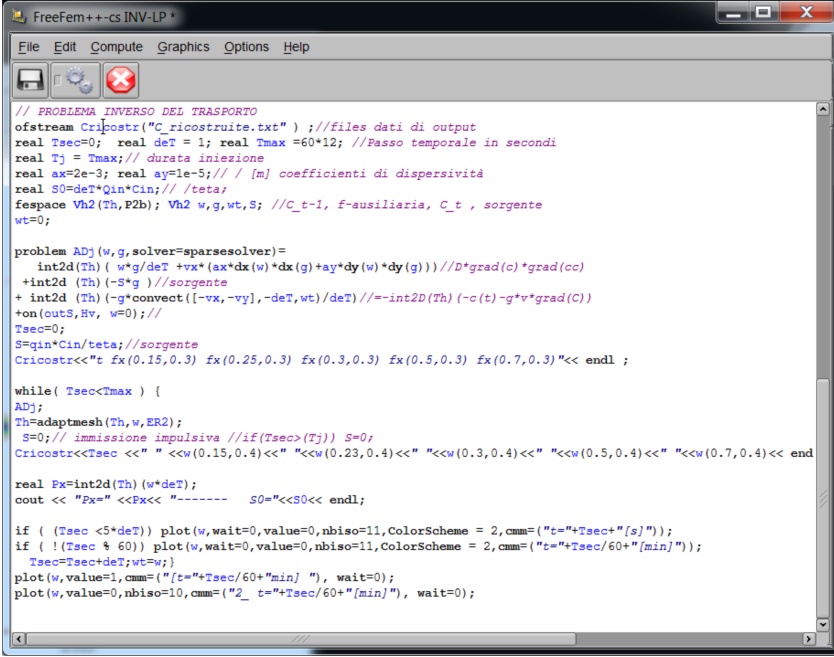
con analoghe formulazioni e trasformazioni eseguite per il problema diretto, si ottiene:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} g \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) \cdot \delta(\tau) \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial w}{\partial \tau} \cdot d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} g \cdot v_i \cdot \frac{\partial w}{\partial x_i} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} D \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial w}{\partial x_j} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

dove g è la funzione test sulla quale si è imposta la condizione di nullità alla frontiera del dominio: $g = 0$ su Γ . La derivata temporale viene ugualmente scomposta alle differenze finite, il segno dei vettori velocità viene cambiato in modo da invertire il senso dell'evoluzione.

L'espressione da implementare nel codice è:

$$\begin{aligned} & + \int_{\Omega} \frac{g \cdot w}{\Delta \tau} + v_x \cdot \left(\alpha_L \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial g}{\partial x} + \alpha_T \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \right) \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\text{convect}(-vx, -vy, -dt, C(t))}{\Delta \tau} \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{e^{-\frac{(x-x_0)+(y-y_0)}{2 \cdot \sigma^2}}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$



```

FreeFem++-cs INV-LP *
File Edit Compute Graphics Options Help

// PROBLEMA INVERSO DEL TRASPORTO
ofstream Cricostr("C_ricostruite.txt" ); //files dati di output
real Tsec=0; real deT = 1; real Tmax =60*12; //Passo temporale in secondi
real Tj = Tmax; // durata iniezione
real ax=2e-3; real ay=1e-5; // [m] coefficienti di dispersività
real S0=deT*Qin*Cin; // /teta;
fespace Vh2(Th,E2b); Vh2 w,g,wt,S; //C_t-1, f-ausiliaria, C_t , sorgente
wt=0;

problem ADj(w,g,solver=sparsesolver)=
+int2d(Th) ( w*g/deT +vx*(ax*dx(w)*dx(g)+ay*dy(w)*dy(g)) //D*grad(c)*grad(cc)
+int2d(Th) (-S*g) //sorgente
+ int2d(Th) (-g*convect([-vx,-vy],-deT,wt)/deT) //=-int2D(Th) (-c(t)-g*v*grad(C))
+on(outS,Hv, w=0); //
Tsec=0;
S=Qin*Cin/teta; //sorgente
Cricostr<<"t fx(0.15,0.3) fx(0.25,0.3) fx(0.3,0.3) fx(0.5,0.3) fx(0.7,0.3)"<< endl ;

while( Tsec<Tmax ) {
ADj;
Th=adaptmesh(Th,w,ER2);
S=0; // immissione impulsiva //if(Tsec>Tj) S=0;
Cricostr<<Tsec <<" " <<w(0.15,0.4)<<" " <<w(0.23,0.4)<<" " <<w(0.3,0.4)<<" " <<w(0.5,0.4)<<" " <<w(0.7,0.4)<< endl;

real Px=int2d(Th) (w*deT);
cout << "Px=" <<Px<< "----- S0="<<S0<< endl;

if ( (Tsec <5*deT) ) plot(w,wait=0,value=0,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm=("{t="+Tsec+"s"}));
if ( !(Tsec % 60) ) plot(w,wait=0,value=0,nbiso=11,ColorScheme = 2,cmm=("{t="+Tsec/60+"[min]}"));
Tsec=Tsec+deT;wt=w;
plot(w,value=1,cmm=("{t="+Tsec/60+"[min]}"), wait=0);
plot(w,value=0,nbiso=10,cmm=("{_2_ t="+Tsec/60+"[min]}"), wait=0);
}

```

Figura 6.5: Codice per il problema inverso del trasporto (location probability).

L'output di fig. 6.6 rappresenta l'evoluzione, all'indietro nel tempo, della probabilità di posizionamento della sorgente, le curve di isoprobabilità sono tracciate ad intervalli di 10%; dopo un tempo pari all'arrival time, circa 10 minuti, la posizione individuata è molto prossima a quella dell'iniettore.

Disponendo di più punti di monitoraggio ben distribuiti nel dominio e/o di più misure distribuite nel tempo, si potranno incrociare le ricostruzioni ed individuare, nella zona di intersezione, la più probabile delle posizioni della sorgente e quindi anche l'arrival time [46].

Nel caso in esame, la geometria del sistema determina un unico pennacchio, conseguentemente anche punti di monitoraggio differenti non fornirebbero informazioni realmente indipendenti, pertanto le eventuali ricostruzioni finirebbero inevitabilmente per sovrapporsi in

ogni step temporale, palesando l'indeterminazione della sorgente. In un caso più eterogeneo si genereranno percorsi differenziati che possono senz'altro restituire ricostruzioni indipendenti e pertanto più significative circa il posizionamento della sorgente, di contro bisognerà affrontare le indeterminazioni e gli errori di misura con un indispensabile procedimento di ottimizzazione ad esempio seguendo procedure statistiche come in [1, 3].

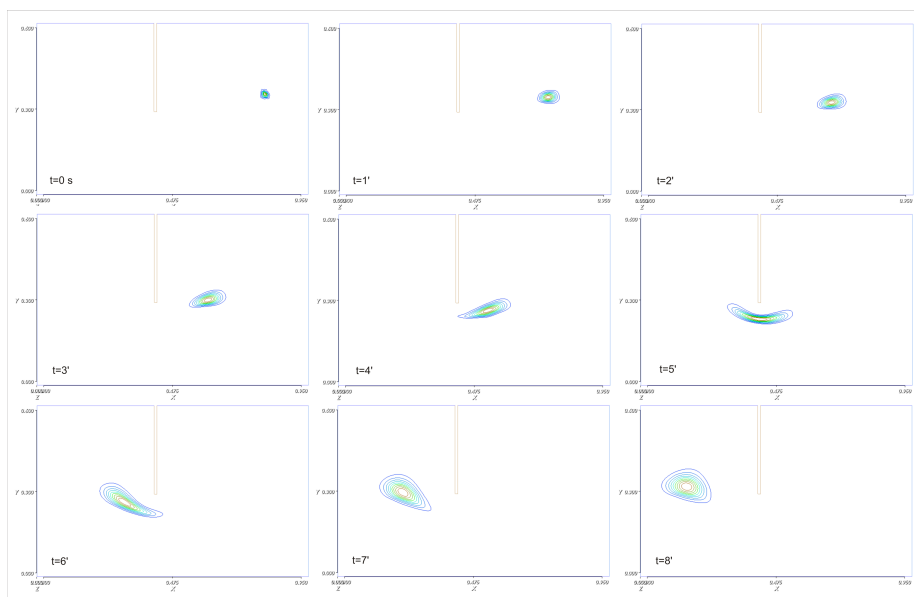


Figura 6.6: Output per il problema inverso del trasporto (location probability).

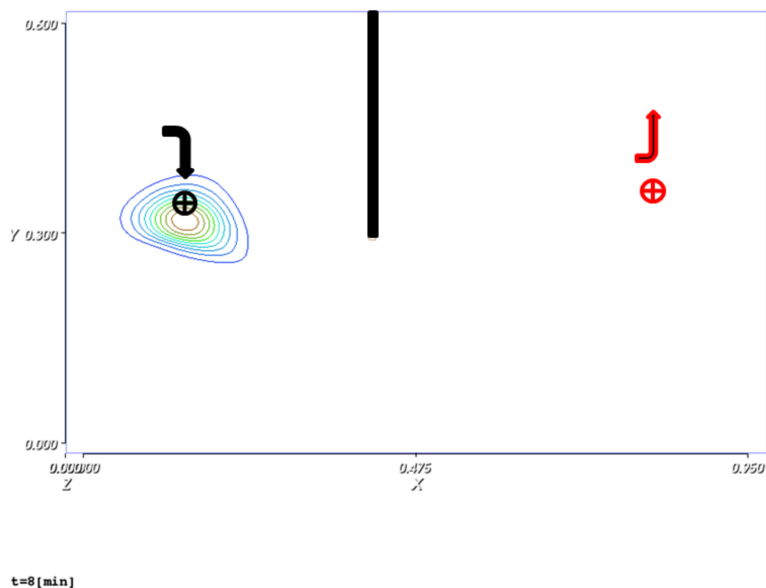


Figura 6.7: Ricostruzione della sorgente al tempo dell'immissione, (8' prima del momento di monitoraggio).

6.3.2 Travel time probability

Il risultato ottenuto in 5.25 fornisce il termine forzante:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = \delta_{(\tau)} \left[\delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} + \alpha_L \cdot \frac{v_x}{|\mathbf{v}|} \cdot \delta'_{(x-x_f)} \cdot \delta_{(y-y_f)} + \alpha_L \cdot \overbrace{\frac{(v_y)}{|\mathbf{v}|}}^{\cong 0} \cdot \delta_{(x-x_f)} \cdot \delta'_{(y-y_f)} \right]$$

La derivata spaziale della delta $\delta'_{(x-x_f)}$ può essere resa derivando la gaussiana:

$$\begin{aligned} \delta'_{(x-x_f)} &= \frac{\partial f_{(x-x_f)}}{\partial x} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(x-x_0)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right] \right\} &= \\ \delta'_{(x-x_f)} &= -\frac{(x-x_0)}{\sigma^2} \cdot f_{(x-x_f)} \end{aligned}$$

quindi il termine forzante diviene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial C} &= \delta_{(\tau)} \left[\delta_{(x-x_f)} \cdot \delta_{(y-y_f)} + \alpha_L \cdot \delta'_{(x-x_f)} \cdot \delta_{(y-y_f)} + 0 \right] = \\ \delta_{(\tau)} &\left[f_{(x-x_f)} \cdot f_{(y-y_f)} - \alpha_L \frac{(x-x_0)}{\sigma^2} \cdot f_{(x-x_f)} \cdot f_{(y-y_f)} \right] = \\ \delta_{(\tau)} &\left[\delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \left(1 - \alpha_L \cdot \frac{(x-x_0)}{\sigma^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Richiamando la 5.19, con le note trasformazioni si ottiene:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} g \cdot \delta_{(\tau)} \cdot \delta_{(\mathbf{x}-\mathbf{x}_f)} \cdot \left(1 - \alpha_L \cdot \frac{(x-x_0)}{\sigma^2} \right) \cdot d\Omega - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\partial w}{\partial \tau} \cdot d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} g \cdot v_i \cdot \frac{\partial w}{\partial x_i} \cdot d\Omega - \int_{\Omega} D \cdot \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial w}{\partial x_j} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

dove g è la funzione test sulla quale si è imposta la condizione di nullità alla frontiera del dominio: $g = 0$ su Γ . La derivata temporale viene ugualmente scomposta alle differenze finite, il segno dei vettori velocità viene cambiato in modo da invertire il senso dell'evoluzione.

L'espressione da implementare nel codice è la seguente:

$$\begin{aligned} & + \int_{\Omega} \frac{g \cdot w}{\Delta \tau} + v_x \cdot \left(\alpha_L \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial g}{\partial x} + \alpha_T \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \right) \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \frac{\text{convect}(-vx, -vy, -dt, C(t))}{\Delta \tau} \cdot d\Omega + \\ & - \int_{\Omega} g \cdot \left(1 - \alpha_L \cdot \frac{(x-x_0)}{\sigma^2} \right) \cdot \frac{e^{-\frac{(x-x_0)+(y-y_0)}{2 \cdot \sigma^2}}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot d\Omega = 0 \end{aligned}$$

L'output di fig. 6.8 rappresenta l'andamento temporale della f_t ; il tempo di arrivo più probabile risulta $T = 583.5$ s,

L'area sottesa dalla curva rappresenta la probabilità che una particella catturata nel punto di monitoraggio provenga dalla sorgente, nel caso in esame essa è pari a $Ps = 2.5\%$.

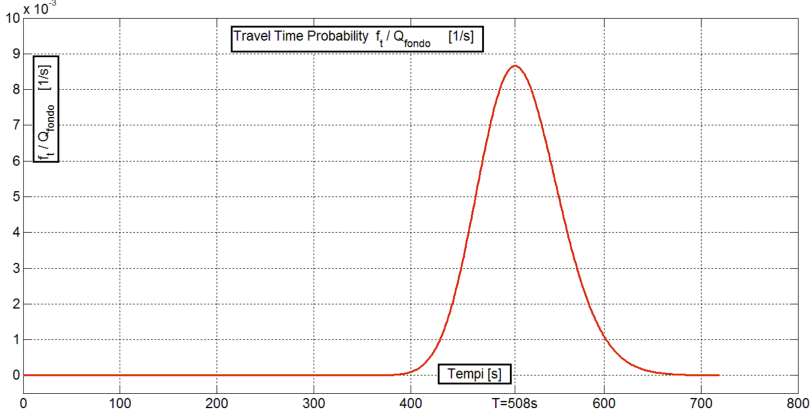


Figura 6.8: Backward Travel Time Probability dalla sorgente (x_o, y_o) al punto di monitoraggio (x_f, y_f) .

6.4 Storia di rilascio

In riferimento all'esperimento sinteticamente indicato con E2 in tabella 3.1, è stato eseguita [50] una positiva applicazione della procedura geostatistica proposta da [45]. È stata praticata una preliminare iniezione a portata costante per generare e registrare la curva di penetrazione nei punti di monitoraggio. Si è scelto un punto distante circa 30 cm dall'iniettore, dalla sua curva di penetrazione, eseguendo una derivata temporale, è stata ricavata la “funzione di trasferimento” così come indicato dalla 5.2. È stata quindi generata una iniezione a portata variabile costituita da due gradini in successione di portate rispettivamente 1.86 e 2.26 ml/s, entrambi con concentrazione di 50 mg/l, (fig.6.9). Facendo riferimento a più intervalli temporali in cui è stata discretizzata l'intera durata dell'esperimento, si è ottenuto il risultato mostrato in fig.6.9, dal quale si evince che la funzione rilasciata rientra in buona parte nella fascia di confidenza al 95% della funzione ricostruita.

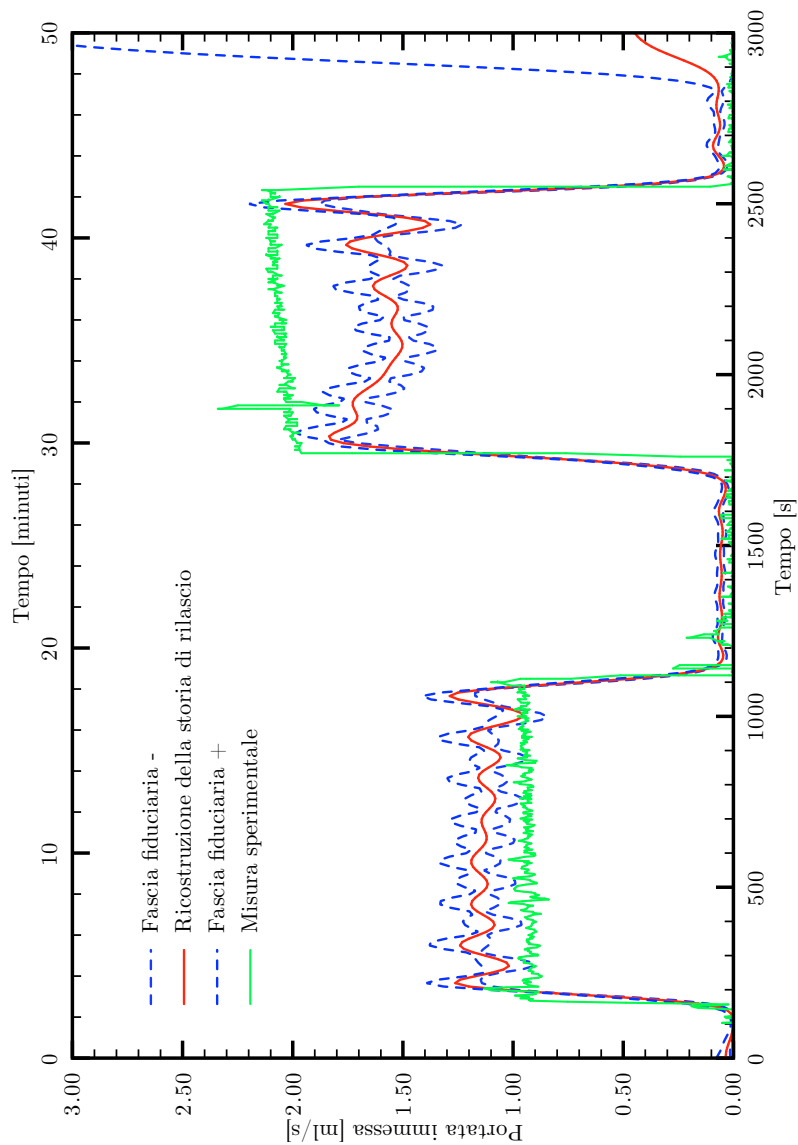


Figura 6.9: Confronto tra la funzione di rilascio registrata (verde) e quella ricostruita (rossa) [50].

Conclusioni

In questo lavoro si è affrontato il problema del trasporto di inquinanti nei mezzi porosi; si sono inoltre introdotte alcune delle metodologie, di natura perlopiù teorica, che mirano a ricavare la posizione della sorgente di contaminante ed a ricostruire la storia di rilascio, ossia la funzione temporale che descrive le portate di inquinante rilasciate alla sorgente e le relative concentrazioni di ingresso.

Tali metodologie, per essere correttamente validate, necessitano di dati sperimentali affidabili e completi; dati che, per il campo di interesse, sono rari e difficilmente reperibili. Inoltre, quelli disponibili, spesso non sono corredati dalle necessarie informazioni quali condizioni idrauliche a contorno o parametri idrodispersivi dell'acquifero. Da qui la necessità di poter sopperire a tale carenza cercando di realizzare un dispositivo di laboratorio in modo da poterli produrre, con le caratteristiche desiderate. A tal fine è stato allestito un modello fisico presso il laboratorio di Idraulica del Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale (DICATeA) dell'Università degli Studi di Parma, finalizzato alla visualizzazione del trasporto di un soluto in un mezzo poroso.

L'elemento centrale del dispositivo è costituito da un contenitore parallelepipedo con pareti trasparenti in plexiglas di dimensioni interne $95 \times 70 \times 10 \text{ cm}^3$, ospitante, al suo interno, una matrice porosa ed un iniettore, che permette l'immissione e la distribuzione uniforme dell'inquinante. Per simulare quest'ultimo è stata adottata la fluo-

resceina sodica, un tracciante fluorescente, non tossico, facilmente reperibile e smaltibile.

A mezzo di un circuito idraulico si garantisce la filtrazione d'acqua nel mezzo poroso, che è stato realizzato adoperando sfere di vetro con diametro compreso nel range $0.75 \div 1$ mm; si è adottata una granulometria grossolana ed un materiale inerte per poter garantire la pulizia completa del sistema a termine di ciascun esperimento.

Il moto di fondo trasporta l'inquinante iniettato mostrando a parete un pennacchio che si sviluppa verso valle. La rilevazione del tracciante avviene per via fotografica, metodo di indagine assolutamente *non invasivo* ed economico. L'apparato è stato via via migliorato ed integrato con dispositivi aggiuntivi quali ad esempio quello di misura e controllo per la portata di iniezione, costituito da un vaso di Mariotte per garantire un carico costante all'iniettore, strumentato inoltre con una sonda di livello di tipo induttivo-resistivo per una registrazione in continuo dei volumi di tracciante movimentati. Con tale strumentazione si sono prodotti diversi esperimenti, anche in campo non uniforme inserendo setti impermeabili o dreni per deviare sensibilmente il percorso del tracciante. Il tutto è stato affiancato da un apposita modellazione numerica; si è quindi ottenuta una stima dei parametri idrodispersivi del mezzo poroso e si è infine affrontato il problema inverso della ricerca della sorgente, ricorrendo alla più immediata metodologia dell'adjoint state method. Inoltre, secondo la metodologia proposta da [3] si è ottenuta una favorevole ricostruzione della storia di rilascio basata su dati sperimentali.

Da un punto di vista meramente strumentale il dispositivo ha presentato problematiche che di volta in volta sono state affrontate e risolte o almeno attenuate, è il caso ad esempio del sistema di iniezione che, per quanto ottimizzato, risente della sua artigianale fattura. Un importante traguardo è comunque rappresentato dal raggiungimento di conoscenze strumentali e sperimentali per nulla scontate, che co-

stituiranno il punto di partenza per future realizzazioni. Non ultimo va detto che il dispositivo, nel contesto di un laboratorio universitario, rappresenta un interessante strumento didattico per la visualizzazione diretta del trasporto di inquinante nell'ambito dell'idrologia sotterranea.

Bibliografia

- [1] W. Nowak and O.A. Cirpka. A modified Levenberg-Marquardt algorithm for quasi-linear geostatistical inversing. *Advances in Water Resources*, 27(7):737–750, |2004|.
- [2] Neupauer, R.M. and J.L. Wilson. Adjoint-derived location and travel time probabilities for a multidimensional groundwater system. *Ground Water*, 42(2):175–189, |2004|.
- [3] Michalak, A.M. and P.K. Kitanidis. Estimation of historical groundwater contaminant distribution using the adjoint state method applied to geostatistical inverse modeling. *Water Resources Research*, 40(10):3214–3224, |2004|.
- [4] Kabala, Z.J. and T. Skaggs . Deconvolution of a nonparametric transfer function for solute transport in soils. *Journal of Hydrology*, 207(3-4):170–178, |1998|.
- [5] Skaggs, T.H., Z.J. Kabala and W.A. Jury. Application of inverse methods to contaminant source identification from aquitard diffusion profiles at dover afb, delaware. *Water Resources Research*, 35(7):1975–1985, |1999|.
- [6] Catania, F., M. Massabo, G. Valle, M. Bracco and O. Paladino, . Assessment of quantitative imaging of contaminant distributions in porous media. *Experiments in Fluids*, 44:167–177, |2008|.

- [7] Rahman A. *Experimental Investigations on Transverse Dispersive Mixing in Heterogeneous Porous Media*. PhD thesis, Universita' di Stoccarda, |2005|.
- [8] Bear, J. and A. Verruijt. *Modeling Groundwater Flow, Pollution*. Springer, |1987|.
- [9] J. Bear. *Dynamics of fluids in porous media*. American Elsevier Pub. Co., New York,, |1972|.
- [10] Brooks, R.H. and A.T. Corey. Hydraulic properties of porous media. *Hydrology*, page 3, |1964|.
- [11] Grane, F.E. and G.H.F. Gardner. Measurements of transverse dispersion in granular media. *Journal of Chemical, Engineering Data*, 6(2):283–287, |1961|.
- [12] Mualem, Y. A new model predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, (12): 513–522, |1976|.
- [13] Van Genuchten, M. Th. Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model. *Research Report*, 8(78), |1978|.
- [14] de Marsily, G. *Quantitative hydrogeology: Groundwater hydrology for engineers*. Academic Press, Orlando, FL, |1986|.
- [15] W. A. Jury and K. Roth. *Transfer Functions and Solute Movement through Soil: Theory and Applications*. Birkhauser Verlag, Basel, Boston, |1990|.
- [16] Gelhar, L. W. *Stochastic Subsurface Hydrology*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., |1993|.
- [17] Bachmat, Y. and J. Bear. A generalized theory on hydrodynamic dispersion in porous media, a. h. s. symp. artificial recharge

and management of aquifers. *Transport in Porous Media*, 7(72), |1986|.

- [18] Butera, I., M.G. Tanda and A. Zanini. Use of numerical modeling to identify the transfer function and application to the geostatistical procedure in the solution of inverse problems in groundwater. *Journal of Inverse, Ill-Posed Problems*, 14(6):547–572, |2006|.
- [19] Domenico, P.A. and G.A. Robbins. A new method of contaminant plume analysis. *Ground Water*, 23(4):476–485, |1985|.
- [20] Taylor, E.M.K. and H.L. Uppal. An investigation of the pressures on works on sand foundations I. *Punjab Irrigation Research Institute*, |1934|.
- [21] Muskat, M. *The flow of homogeneous fluids through porous media*. International series in physics. McGraw-Hill Book Company Inc., New York ; London, 1st edition, |1937|.
- [22] Bruch, J.C. Two-dimensional dispersion experiments in a porous medium. *Water Resour Research*, 6(3):791–800, |1970|.
- [23] Bear, J. and G. Dagan. The relationships between solutions of flow problems in isotropic and anisotropic soils. *Journal of Hydrology*, (9):23–31, |1965|.
- [24] Liu, S., T. Yeh and R. Gardiner. Effectiveness of hydraulic tomography: Sandbox experiments. *Water Resources Research*, 38(4):1034–1044, |2002|.
- [25] Grathwohl, P., D. K. Ingo, M. Uli and B. Sayonara. Natural attenuation of volatile hydrocarbons in the unsaturated zone and shallow groundwater plumes: scenario-specific modelling

- and laboratory experiments. *Groundwater Quality*, (4):476–485, |2002|.
- [26] Cambi, C., L. Di Matteo, W. Dragoni, D. Valigi and G. Vinti. Modello di falda libera e banco permeametrico didattico. |2003|. Commemorazione di Edoardo Semenza - Universita' di Ferrara - 20 maggio 2003.
- [27] Suski, B., E. Rizzo and A. Revil. A sandbox experiment of self-potential signals associated with a pumping test. *Vadose Zone Journal*, 3:1193–1199, |2004|.
- [28] Goswami, R. R., and T. P. Clement. Laboratory-scale investigation of saltwater intrusion dynamics. *Water Resour. Res.*, (43), |2007|.
- [29] Hong, LI, L. Xingang, G. Chuanbo, G. HUANG, B. JIANG. 2d-cell experiment on methyl tert-butyl ether transport in saturated zone of groundwater. *Chinese Geographical Science*, (17(3)):275–279, |2007|.
- [30] Huang, W. E., C. C. Smith, D. N. Lerner, S. F. Thornton, A. Oram. Physical modelling of solute transport in porous media: evaluation of an imaging technique using uv excited fluorescent dye. *Water Research*, (36):1843–1853, |2002|.
- [31] Catania, F., M. Massabo, G. Bracco and O. Paladino. Metodi ottici per lo studio della dispersione di inquinanti in mezzi porosi: costruzione e messa a punto di un modello sperimentale bidimensionale. *IA Ingegneria Ambientale*, 35(10), |2006|.
- [32] Mathworks. MATLAB, (www.mathworks.com/products/simulink/), |2002|.
- [33] Aeby, P., U. Schultze, D. Braichotte, M. Bundt, F. Moser-Boroum, H. Wydler and H. Fluhler. Fluorescence imaging of

- tracer distributions in soil profiles. *Environmental Science & Technology*, 35:753–760, |2001|.
- [34] Persson, M. Accurate dye tracer concentration estimations using image analysis. *Soil Science Society of America Journal*, 69: 967–975, |2005|.
 - [35] McNeil, J.D., G.A. Oldenborger and R.A. Schincario. Quantitative imaging of contaminant distributions in heterogeneous porous media laboratory experiments. *Journal of Contaminant Hydrology*, (84):36–54, |2006|.
 - [36] Forster, Th. Zwischenmolekulare energiewanderung und fluoreszenz. *Annalen der Physik*, 437(1948):55–75, |2006|.
 - [37] Epanet 2. EPA, U.S. Environmental Protection Agency, Rossman, L.R. |2000|.
 - [38] Harbaugh, A.W., E.W. Banta, M.C. Hill and M.G. McDonald. MODFLOW-2000, the U.S. Geological Survey modular ground-water model-user guide to modularization concepts and the ground-water flow process, |2000|.
 - [39] C. Zheng and P. P. Wang. MT3DMS: a modular three-dimensional multispecies transport model for simulation of advection, dispersion, and chemical reactions of contaminants in groundwater systems. Documentation, user’s guide, |1999|.
 - [40] LabVIEW, National Instruments, Elizabeth Gregory, Malan Shiralkar, Harika Basana. Visual programming language. Technical report, |2011|.
 - [41] Coffin David J. DCraw.exe, |1997|.
 - [42] Longo, S. and M. Petti . *Misure e controlli idraulici*. McGraw-Hill, Milano, |2006|. Ambiente e territorio 3137-5.

-
- [43] Aquaveo, (<http://aquaveo.com/gms.htm>). GMS: Groundwater Modeling System, [2007].
- [44] Yeh, G. T. and D. S. Ward. FEMWATER: a Finite Element Model of Water Flow through Saturated-Unsaturated Porous Media. Oak Ridge National Laboratory. Technical report, [1980].
- [45] Snodgrass, M.F. and P.K. Kitanidis. A geostatistical approach to contaminant source identification. *Water Resources Research*, 33(4):537–546, [1997].
- [46] Neupauer, R.M. and J.L. Wilson. Backward probability model using multiple observations of contamination to identify groundwater contamination sources at the massachusetts military reservation. *Water Resour. Res.*, 41, [2005].
- [47] Butera, I. and M.G. Tanda. A geostatistical approach to recover the release history of groundwater pollutants. *Water Resour. Res.*, 39(12), [2003].
- [48] Neupauer, R.M. and J.L. Wilson. Adjoint-derived location, travel time probabilities for a multidimensional groundwater system. *Water Resources Research*, 37(6):1657–1668, [2001].
- [49] Pironneau, O., F. Hecht, J. Morice and A. Le Hyaric. *Freefem++: Manual*. Universite' Pierre et Marie Curie, Laboratoire Jacques-Louis Lions, 175 rue du Chevaleret, PARIS XIII, [2002].
- [50] F. Cupola. Ricostruzione della storia di rilascio di contaminanti in acquiferi sulla base di dati sperimentali. Master's thesis, Universita' degli Studi di Parma, Facolta' di Ingegneria, [2011].

Appendice

Codici di calcolo:

Integrale lungo la verticale, prova diretta:

```
%% Integrale lungo la verticale – Prova diretta
%%  questo programma permette di valutare la portata di soluto
    transitante in una sezione verticale
% esegue la calibrazione in automatico per ogni punto
%%
5 %% esegue la calibrazione in automatico per ogni punto

    clear all , close all , clc
    Nf=75;nq=1;
    sb=20, sbcal=3*sb , DEP='si' ,
10 xp=1500      %ascissa della sezione verticale

    Base=100;%%[mm] spessore acquifero
    teta=0.37%% porosità medi
    vD=0.5% velocità di Darcy
15 r= 0.2989; g= 0.5870; b=0.1140;    %% equivalente RGB2gray %   r=1, g=0,b=0

    prova=1 % 2 3 4 5
    %load (datiPROVA,num2str(prova))% %%x_min=345;y_Max=6230;Qj=[1.04] ,C0
        =120,nf=70,

20 % prova=1 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\
    raw\'
    % prova=2 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\19luglio2011_C50\raw
        \'
    % prova=3 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\26luglio2011_C50\raw
        \'
    % prova=4 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\28
        luglio2011_SETTOverticale\trasformate_ritagliate\RGB\'
    % prova=5 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\13set2011Omogeneo\
        raw\'
```

25

```

if prova==1,list a=dir('C:\dont\s\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\raw\*.
    cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[1.04 2.14],vD=0.5115;dt
    =100,t0=100+dt,t1=1017+dt,t2=1668+dt,t3=2450+dt,t4=2*t3,C0
    =100,end
if prova==2,list a=dir('C:\dont\s\nuoveprove\led\19luglio2011_C50\raw\*.
    cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[1.86],vD=0.5115;dt=150,
    t0=1456,t1=2507+dt,t2=2*t1,t3=0,C0=50,end
if prova==3,list a=dir('C:\dont\s\nuoveprove\led\26luglio2011_C50\raw\*.
    cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[2.26],vD=0.5115;t0=43,t1
    =t0+1007,t2=2*t1,t3=0,C0=50,end
if prova==4,list a=dir('C:\dont\s\nuoveprove\led\28
    luglio2011_SETT0verticale\raw\*.cr2'),y_min=800;y_Max=1500;WT=14,
    Qj=[1.91],vD=0.489;t0=20,t1=t0+8*60,t3=0,C0=100,end%
30 if prova==5,list a=dir('C:\dont\s\nuoveprove\led\13set20110mogeneo\raw\*.
    cr2'), y_min=350;y_Max=750;Qj=[1.75 1.22],vD=0.505;dt
    =-1446,t0=46+dt,t1=643+dt,t2=1312+dt,t3=1962+dt,t4=2100,C0=100,
    end

load('C:\dont\s\calibrazioni\cal25luglioLED\RAW2\RGBcal.mat')% dati di
    calibrazione
Ccal=[0 2.5 5 10 25 50 75 100 125 150] % vettore delle concentrazioni
    della calibrazione
NC=size(Ccal,2);nc0=1;lc=(Ccal(nc0:NC));
35 cFondo=0; d=0; if DEP=='si',load(strcat(percorsoPROVA,'0')); F0=Frc;
    clear Frc,d=1;end

cprox(:,2)=[y_min,y_Max];cprox(:,1)=xp; pa=cprox;
p(:,2)=round([pa(1,2):pa(2,2)]);p(:,1)=round(mean(pa(:,1))); [Kr,Kc]=size
    (p);
40 figure(144), imshow(Frc),hold on, plot(p(1:40:Kr,1),p(1:40:Kr,2),'ys');

foto =num2str(Nf), load(strcat(percorsoPROVA,foto));
S=zeros(Kr+1,4);
[nr nc col]=size(Frc); kb=sqrt(520*895/nc/nr); %[mm/px] per un
    px 0.26[mm]%[mm/px] per un px 0.31[mm]
45 if DEP=='si', Fd(:,1:2)=Frc(:,1:2)-F0(:,1:2); Fd(:,3)=(+F0
    (:,3)-Frc(:,3));
    else Fd=Frc; end, clear Frc;

for Pi=1:size(p,1)
    for col=1:3
50 for nconc=nc0:NC, Lcal(nconc-nc0+1)=mean(mean(RGBcal((p(Pi,2)- sbcal):(
    p(Pi,2)+ sbcal)),((p(Pi,1)- sbcal):(p(Pi,1)+ sbcal)),col,nconc)));
    end %%determinazione delle curva di taratura lnc per il punto Pi
    e per il canale col
        Lm= mean(mean(Fd((p(Pi,2)-sb):(p(Pi,2)+sb)),((p(Pi,1)-sb):(p
            (Pi,1)+sb)),col)));
        if expz=='si', Crgb(Pi,col)=(log(Lm(col)));
        else nn=min((find(abs(Lcal-Lcal(1))<=Lm, 1, 'last')+1),size(
            Ccal,2));
            Crgb(Pi,col)=interp1(abs(Lcal(1:nn)-Lcal(1)),Ccal(1:nn),
                Lm,'cubic');end

```

```

55         Ci_mo=(Crgb(Pi,col)-cFondo);% if Crgb(Pi,col)>cFondo, Ci_mo=(
            Crgb(Pi,col)-cFondo); else Ci_mo=0; end
            S(Pi+1,col)=S(Pi,col)+Ci_mo; end
        Cs(Pi)=(r*Crgb(Pi,1)+g*Crgb(Pi,2)+b*Crgb(Pi,3));
        S(Pi+1,4)=S(Pi,4)+Cs(Pi);
    end
60    for col=1:4
        Q_j(col) = (S(Pi+1,col)*kb*vD*Base)/C0/1000 %%/t eta  %%=[mm*(mg/l)]*(
            mm/s)*cm/(mg/l)/100=[ml/s]
        psi(col)= Qj(nq)/Q_j(col); end
        psi(5)=mean(psi(1:4))
    figure(100*d+10), hold on, axis([pa(1,2)*kb pa(2,2)*kb 0 125]); grid on,
        plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,1),'+r'), plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,2),'g'),
        plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,3),'*b'), plot(p(:,2)*kb,Cs,'-k')

```

Integrale lungo la verticale, prova inversa:

```
%% Integrale lungo la verticale – Prova inversa
%% questo programma permette di valutare la portata di soluto
    transitante in una sezione verticale
% esegue la calibrazione in automatico per ogni punto
%%
5 %% esegue la calibrazione in automatico per ogni punto

clear all , close all , clc
sb=20, sbcal=3*sb , DEP='si'%
10 xp=1500    %ascissa della sezione verticale

Base=100;%%[mm] spessore acquifero
teta=0.37%% porosità medi
vD=0.5% velocità di Darcy
15 r= 0.2989; g= 0.5870; b=0.1140;    %% equivalente RGB2gray %   r=1, g=0,b=0

prova=12 % 10 11 12 13 14 15
%load(datiPROVA,num2str(prova))%%y_min=345;y_Max=6230;Qj=[1.04] ,C0=120,
    nf=70,

20 % if prova==10,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\5
    ottobre2011_C120_Pinv1\trasformate_ritagliate\RGB\' ,    y_min=330;
    y_Max=750; Qj=[0.6 ,2.0] ,vD=0.505;t0=20,t1=t0+9*60+44,t3=46*60+30,
    t4=t3+11*60+2;C0=120,nf=40, end% C:[mg/l] %t:[s] q:[ml/s]%%%% PQ2
    di Pinv2
% if prova==11,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q1\raw\' ,y_min=330;y_Max=750; Qj=[0.75];C0
    =120,nf=68 ,end% C:[mg/l] %t:[s] q:[ml/s]%%%% PQ2 di Pinv2
% if prova==12,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q2\raw\' ,y_min=345;y_Max=6230; Qj=[1.04] ,C0
    =120,nf=70, end% y_min=325;y_Max=630;
% if prova==13,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q3\raw\' ,y_min=330;y_Max=750; Qj=[1.43] ,C0
    =120,nf=70, end%
% if prova==14,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q4\raw\' ,y_min=330;y_Max=750; Qj=1.73; C0
    =120,end%
25 % if prova==15,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q5\raw\' ,y_min=330;y_Max=750; Qj=1.85; C0
    =120,end%
% if prova==16,percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q6\raw\' ,y_min=330;y_Max=750; Qj=1.75; C0
    =120,end%

load('C:\dont\sb\calibrazioni\cal25luglioLED\RAW2\RGBcal.mat')% dati di
    calibrazione
Ccal=[0 2.5 5 10 25 50 75 100 125 150]    % vettore delle concentrazioni
    della calibrazione
30 NC=size(Ccal,2);nc0=1; lc=(Ccal(nc0:NC));

cprox(:,2)=[y_min,y_Max];cprox(:,1)=xp; pa=cprox; %
```

```

p(:,2)=round([pa(1,2):pa(2,2)]);p(:,1)=round(mean(pa(:,1))); [Kr,Kc]=size
(p);

35
cFondo=0; d=0; if DEP=='si',load(strcat(percorsoPROVA,'0')); F0=Frc;
clear Frc, d=1;end
for Nf=[1, nf];
foto=num2str(Nf), load(strcat(percorsoPROVA,foto));
[nr nc col]=size(Frc); kb=sqrt(520*895/nc/nr);
40 if Nf==1, Q0=vD*Base*kb*(y_Max-y_min)/1000,
else %figure(20+Nf), imshow(Frc),hold on, plot(p(1:40:Kr,1),p(1:40:
Kr,2),'ys');
S=zeros(Kr+1,4); %%[mm/px] per un px 0.26[mm]%[mm/px] per un px
0.31[mm]
if DEP=='si', Fd(:, :, 1:2)=Frc(:, :, 1:2)-F0(:, :, 1:2); Fd(:, :, 3)=(+
F0(:, :, 3)-Frc(:, :, 3));
else Fd=Frc; end, clear Frc;
45 for Pi=1:size(p,1), for col=1:3
for nconc=nc0:NC,
Lcal(nconc-nc0+1)=mean(mean(RGBcal((p(Pi,2)- sbcal):(p(Pi,2)+ sbcal))
,...
((p(Pi,1)- sbcal):(p(Pi,1)+ sbcal)),col,nconc)));end
Lm= mean(mean(Fd((p(Pi,2)-sb):(p(Pi,2)+sb)),((p(Pi,1)-sb):(p(Pi,1)+sb)),
col)));
50 nn=min((max(find(abs(Lcal-Lcal(1))<=Lm))+1),size(Ccal,2));
Crgb(Pi,col)=interp1(abs(Lcal(1:nn)-Lcal(1)),Ccal(1:nn),Lm,'cubic');
Ci_mo=(Crgb(Pi,col)-cFondo);
S(Pi+1,col)=S(Pi,col)+Ci_mo;end
Cs(Pi)=(r*Crgb(Pi,1)+g*Crgb(Pi,2)+b*Crgb(Pi,3));
55 S(Pi+1,4)=S(Pi,4)+ Cs(Pi);end
for col=1:4
Q_j(col) = Q0-((S(Pi+1,col)*kb*vD*Base)/C0/1000);% %%%=[mm*(
mg/l)]*(nm/s)*cm/(mg/l)/100=[ml/s]
psi(col)=(Q0-Qj(1))/((S(Pi+1,col)*kb*vD*Base)/C0/1000); end
%Qj(1)/Q_j(col);end

end
60 end
psi(5)=mean(psi(1:4))

figure(100*d+10), hold on,axis([pa(1,2)*kb pa(2,2)*kb 0 130]);grid on,
plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,1),'*r'),
plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,2),'*g'),plot(p(:,2)*kb,Crgb(:,3),'*-b'),plot(p
(:,2)*kb,Cs,'*k')

```

Integrale superficiale:

```
%% INTEGRAL K
% % questo programma valuta l'integrale superficiale
% % della concentrazione su una striscia larga -sb-
% % posizionata all'ascissa -xp-
5 % % restituisce la portata massica per un dato fotogramma
% % sottraendone il background di fondo
%% metodo della retta nel piano semilog ln(C)-L
% calcolo del solo parametro K

10 clear all;clc, %close all
sb=20; sbcal=1*sb
deltax=sb; deltax=deltax; %[px]

prova=1 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\
trasformate_ritagliate\RGB\'
15 % prova=2 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\19luglio2011_C50\
trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=3 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\26luglio2011_C50\
trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=4 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\28
luglio2011_SETTOverticale\trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=5 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\13set2011Omogeneo\
trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=10 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\5
ottobre2011_C120_Pinv1\trasformate_ritagliate\RGB\'
20 % prova=11 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
ottobre2011_C120_Pinv2\Q1\trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=12 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
ottobre2011_C120_Pinv2\Q2\trasformate_ritagliate\RGB\'
% prova=13 , percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
ottobre2011_C120_Pinv2\Q3\trasformate_ritagliate\RGB\'

if prova==1,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\raw\*.
cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[1.04 2.14],dt=2*60,t0=62+
dt,t1=1017+dt, t2=1668+dt, t3=2450+dt, t4=2*t3,C0=100,end
25 if prova==2,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\19luglio2011_C50\raw\*.
cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[1.86],dt=150,t0=1456,t1
=2507+dt,t2=2*t1,t3=0,C0=50,end
if prova==3,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\26luglio2011_C50\raw\*.
cr2'), y_min=800;y_Max=1300;Qj=[2.26],t0=43,t1=t0+1007,
t2=2*t1,t3=0,C0=50,end
if prova==4,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\28
luglio2011_SETTOverticale\raw\*.cr2'), y_min=800;y_Max=1300; WT=14,
Qj=[1.91],t0=20,t1=t0+8*60,t3=0,C0=100,end%
if prova==5,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\13set2011Omogeneo\raw\*.
cr2'), y_min=350;y_Max=750;Qj=[1.75 1.22],dt=-1446,t0=46+
dt,t1=643+dt, t2=1312+dt, t3=1962+dt, t4=2100,C0=100,end

30 if prova==10,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\5ottobre2011_C120_Pinv1
\raw\*.cr2'), y_min=330;y_Max=750; Qj=[0.6,2.0],t0=20,t1=t0
+9*60+44,t3=46*60+30,t4=t3+11*60+2;C0=125,end% C:[mg/l] %t:[s] q:[
ml/s]%% PQ2 di Pinv2
```



```

if prova==11,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q1\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750; Qj
    =[0.75],dt=-30,t0=106+dt,t1=880+dt,t2=2*t1+dt,t3=0,t4=0,C0=125
    ,end% C:[mg/l] %t:[s] q:[ml/s]%%%% PQ2 di Pinv2
if prova==12,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q2\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750; Qj
    =[1.04],dt=+10,t0=0+dt,t1=824+dt,t2=2*t1+dt,t3=0,t4=0,C0=125,
    end%
if prova==13,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q3\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750; Qj
    =[1.43],dt=+10,t0=104+dt,t1=881+dt,t2=2*t1+dt,t3=0,t4=0,C0=125,
    end% % C:[mg/l] %t:[s] q:[ml/s]%%%% PQ2 di Pinv2
if prova==14,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q4\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750;Qj=1.73;
    t0=10,t1=0+t0,t2=720+t0,C0=125,end% C:[mg/l] %t:[s] q:[ml/s
    ]%%%% PQ2 di Pinv2
35 if prova==15,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q5\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750;Qj=1.85;
    t0=10,t1=0+t0,t2=660+t0,C0=125,end%
if prova==16,list a=dir('C:\dont\sb\nuoveprove\led\17
    ottobre2011_C120_Pinv2\Q6\raw\*.cr2'),y_min=330;y_Max=750;Qj=1.75;
    t0=10,t1=612+t0,t2=864+t0,C0=125,end%

x_min=100;x_Max=3250;
Ccal=[0 2.5 5 10 25 50 75 100 125]% ]%
40 NC=size(Ccal,2);
load('C:\dont\sb\calibrazioni\cal25luglioLED\trasformate_ritagliateVV\RGB
    \RGBcal.mat')
for ti=1:size(lista,1),td(ti)=lista(ti).datenum; end
tg=sort(td,'ascend');t=(tg-min(tg))*24*60*60; clear tg td
Ntot=size(t,2) % load(strcat(percorsoPROVA,'Ntot'));Ntot

45 load(strcat(percorsoPROVA,'0')) ,F0=Frc;
[nr nc col]=size(Frc); kb=sqrt(520*895/nc/nr) ;%[mm/px]
clear Frc;
load(strcat(percorsoPROVA,'60')) ;

50 teta=0.37 ;tetaP=0.9; psi=tetaP/teta;Ba=100 %[mm]
% Dt=10 % [s] intervallo temporale tra due fotogrammi consecutivi
% deltax=5; deltay=deltax; %[px]
x=[x_min:deltax:x_Max]; y=[y_min:deltay:y_Max];
55 %figure(144),imshow(Frc),hold on, plot(x_min,y_min,'ys');
% plot(x_min,y_Max,'ys');plot(x_Max,y_min,'ys');plot(x_Max,y_Max,'ys');
% clear Frc
Lamda=[700 546.1 435.8 530]; % [nm]
peso=[Lamda(1),Lamda(2),Lamda(3)]/(Lamda(1)+Lamda(2)+Lamda(3)),Lamda(4)
60 % [X,Y] = meshgrid(x,y);
% load(strcat(percorsoPROVA,'dati-ID'));% load(strcat(percorsoCAL
    ,prol,'25'));
% cprox(:,2)=[y_min,y_Max];cprox(:,1)=[x_min,x_Max]; %%%
% striscia di misura
% Base = checkerboard(1,5,9);
% [pa , base_points] = cpselect(Frc, Base,cprox, 'Wait', true);
65 % p(:,2)=round([pa(1,2):pa(2,2)]); p(:,1)=round([pa(1,1):pa(2,1)]);

```

```

%      [Kr,Kc]=size(p);
% save(strcat(percorsoPROVA,prol,'pIntegral'),'p')

%%%%%% integral %%%%%%%%%
70 %      Ntot=80
%      Smp(1)=0;Sm(1)=0;
SC=zeros(Ntot,3);
for j=1:Ntot ,j      %%%%% lettura file
    nomefile=num2str(j);      load(strcat(percorsoPROVA,nomefile));
75    Fd(:, :, 1)=(Frc(:, :, 1)-F0(:, :, 1));    Fd(:, :, 2)=(Frc(:, :, 2)-F0(:, :, 2));
        Fd(:, :, 3)=F0(:, :, 3)-Frc(:, :, 3);    clear Frc

    for col=1:3, for xi=1:size(x,2), for yi=1:size(y,2)
        if j==1, F0p=mean(mean(Fcal(((y(yi))):(y(yi)+sbcal))),(x(xi)):(x(xi)+sbcal)),col,1));
            Fp=mean(mean(Fcal(((y(yi))):(y(yi)+sbcal))),(x(xi)):(x(xi)+sbcal)),col,NC-1));
80            K(yi,xi,col)=(log(Ccal(1,NC-1)+1))/(abs(Fp-F0p));
                end
            Ld(yi,xi,col,j)= mean(mean(Fd(((y(yi))):(y(yi)+sb))),(x(xi)):(x(xi)+sb)),col,j);
            Crgb=exp(K(yi,xi,col)*Ld(yi,xi,col,j))-1;
            % clear Ld %Crgbn(y(yi),x(xi),col,j)=exp(K(y(yi),x(xi),col)*Ld)-1;
            SC(j,col)=SC(j,col)+ Crgb ; end, clear Crgb
85            % SC(j,col)=SC(j,col)+ Crgbn(y(yi),x(xi),col,j) ; end%
        end, end, end

WC=((SC)*deltax*deltay*(kb^2)*Ba*(10^-3)*(teta/tetaP)/C0); % [mg]
%WC=SC*(10^-3)*deltax*deltay*(kb^2)*Ba*teta/C0; %clear SC
90 for n=1:Ntot, Wp(n)=sum(peso.*WC(n,:)); Wm(n)=mean(WC(n,:)); end %[ml]
figure(prova+100), hold on, grid on, plot(t/60,WC(:,1),'r')
% figure(prova+100), hold on, grid on, plot(t/60,Wp,'+m'), plot(t/60,Wm,'k')
% plot(t/60,WC(:,1),'r'), plot(t/60,WC(:,2),'g'), plot(t/60,WC(:,3),'b')
Ta=[t0:t1]; if t3>0,Tb=[t2:t3]; end
95 if prova>9,W0=(x_Max-x_min)*(y_Max-y_min)*(kb^2)*Ba*(10^-3)*teta;
    psi=1/teta; plot(Ta/60,(W0-(Ta-Ta(1))*Qj(1)*psi),'-k')
    if t3>0, plot(Tb/60,(W0-(Tb-Tb(1))*Qj(2)),'-k'),end
else psi=teta;
100 plot(Ta/60,(((Ta-Ta(1)))*Qj(1)*psi),'-k') , if t3>0, plot(Tb/60,((Tb-Tb(1))*Qj(2)*psi),'-k'),end,end

% for col=1:3, for j=1:Ntot, LD(col,j)=mean(mean(Ld(:, :, col,j)));end, end
%% figure(prova+200), hold on, grid on, plot(t/60,LD(1,:),'r'), plot(t/60,LD(2,:),'g'), plot(t/60,LD(3,:),'b')
% figure(prova+300), hold on, grid on, plot(t,LD(1,:),'r'), plot(t,LD(2,:),'g'), plot(t,LD(3,:),'b')

```

Import fotogrammi:

```
%% questo programma importa le foto in formato
% raw canon (.CR2) trasformandole in formato .mat
% a mezzo del programma DCRAW.exe

5 clear all ,clearvars
percorsoPROVA='C:\dont\sb\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\raw\'
% addpath(percorsoPROVA)
lista = dir(strcat(percorsoPROVA, '*.CR2'));
Ntot = numel(lista)
10 A1='!dcraw -v -r 1 1 1 1 -o 0 -4 ';
% A1='!dcraw -D -4 ';% trasformazione filtro di Bayer
for Nfile=1:Ntot
    nomefileCR2 = lista(Nfile).name;
    A=[A1 nomefileCR2]
15 eval(A)
    end
    listaPPM = dir(strcat(percorsoPROVA, '*.ppm'));
    % listaPgM = dir(strcat(percorsoPROVA, '*.pgm'));

20 Np = numel(listaPgM)
    for np=1:Np
        nomefilePgM = listaPgM(np).name;
        foto = importdata(strcat(percorsoPROVA, nomefilePgM));
        nomefoto = strcat('F', num2str(np));
25 save(nomefoto, 'foto')
    % clearvars
    end
```

Trattamento immagini:

```
%% Programma per il raddrizzamento e ritaglio dei fotogrammi
%%

5  clc ,clear all

    %questo programma trasforma una serie di N fotogrammi con la
        trasformazione
    %proiettiva , basandosi sulle coordinate base assegnate(COObase)
    %al fotogramma "0"
10 % opera un aggiustamento dei punti di riferimento
    % restituisce i fotogrammi raddrizzati e ritagliati al centro
    %dei due markers più estremi in formato matrice 2900x1680x3

    percorso='C:\dont\s\nuoveprove\led\18luglio2011_C100\Fmat\'
15 lista = dir(strcat(percorso,'F*.mat'));
    Ntot=numel(lista); %102; %%numero di fotogrammi

    risp = input('vuoi effettuare il cp select?  s / n  \n','s')
    COObase=[
20         0         0
            300         0
            599         0
            895         0
              0        520
            300        520
25         597        520
            895        520    ];
    if ( risp == 's' )
        load( strcat( percorso , 'F5' ) );
        B = checkerboard(1,5,9);
30        cooapprox = 1000*[
            0.0659    0.1863
            1.3416    0.1934
            2.6170    0.2031
            3.8888    0.2160
35            0.0005    2.3926
            1.3217    2.4097
            2.6006    2.4137
            3.8888    2.4365    ];
        [coolastra ,base_points]=cpselect( foto ,B,cooapprox ,COObase , 'Wait' ,true);
40        save( strcat( percorso , 'Clastra' ) , 'coolastra' );
        % [nr,nc]=size( foto (: ,: ,2) );
        clear foto
    else
        load( strcat( percorso , 'Clastra' ) , 'coolastra' )
45
    end

    TFORM = cp2tform( coolastra , COObase , 'projective' );

    for j=1:Ntot
50        gei=num2str( j )
            geiP=gei; %num2str( j+24 );
```

```

load(strcat(percorso,'F',geiP))
    % % % % % %   ritaglio
    sr=00;      sc=00;
55      r1=coolastra(1,2)-sr;      r2=coolastra(5,2)+sr;
      c1=coolastra(1,1)-sc;      c2=coolastra(4,1)+sc;
      fr=foto(r1:r2,c1:c2,:); clear foto %Frc=imresize(fr,[nr,nc
      ,3]);
      Frc = imtransform((fr),TFORM,'size',[2000 3437]); clear fr
mkdir( strcat(percorso,'trasformate_ritagliate\RGB'));
60 save(strcat(percorso,'trasformate_ritagliate\RGB\',gei),'Frc');
clear Frc %Fhsv      % FS
end
save(strcat(percorso,'trasformate_ritagliate\','TFORM'),'TFORM');
save(strcat(percorso,'trasformate_ritagliate\RGB\','Ntot'),'Ntot');

```


Sintesi delle precedenti esperienze su modelli fisici idraulici concernenti il trasporto di inquinanti in falda;

AUTORI	DIMENSIONI GEOMETRICHE	MEZZO POROSO	SISTEMA	TRACCIANTE
Muskat (1937) (traversa fluviale)			Raggi X	Inchiostro
Grane, Gardner (1961)			Analogo elettrico	Solttron C
Bear (1966) (falda costiera)	$66.00 \times 3.18 \times 6.38$ cm	Sferette di vetro	Elettrodi	NaCl
Bruch (1970)	$152.40 \times 60.96 \times 12.70$ cm	Sabbia	Elettrodi	NaCl
Silliman et al. (1987)	$2.40 \times 1.05 \times 0.10$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	NaCl
Un. Strasburgo (1990)	$1.90 \times 0.70 \times 0.40$ m	Sabbia monogranulare	Elettrodi	NaCl
Schincariol et al. (1990)	$1.07 \times 0.71 \times 0.05$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	NaCl
Ostrom et al. (1999)	$1.67 \times 0.05 \times 1.00$ m	Sabbia silicea	Sensori di radiazioni γ	Tricloro-etilene
Silliman et al. (1999)	$1.60 \times 0.67 \times 0.094$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	NaCl
Ursino et al. (2000)	$0.75 \times 0.40 \times 0.05$ m	Sabbia silicea	Fotografia digitale	Fluorescina
Barth et al. (2001)	$10.00 \times 1.20 \times 0.06$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	KBr
Catania et al. (2002)	$18 \times 28 \times 1$ cm	Sferette di vetro	Fotografia digitale	Fluorescina
Thullner et al. (2002)	$0.56 \times 0.54 \times 0.01$ m	Sferette di vetro	Fotografia digitale	Blu brillante FCF (E133)
Huang et al. (2002)	$18 \times 28 \times 1$ cm	Sferette di vetro	Tecnica fotografica	Fluorescina sodica
Liu et al. (2002)	$92.0 \times 62.0 \times 4.5$ cm	Sabbia	Tomografia idraulica per l'inviduazione della permeabilità	Piezometri
Grathwohl et al. (2002)	$150.0 \times 58.0 \times 27.5$ cm	Sabbia	Miscela di idrocarburi	Sola visualizzazione della superficie freatica
Università di Perugia (2003)	$120 \times 70 \times 10$ cm	Microsfere di vetro	Sensore di radiazioni γ	Tricloro-etilene
Jalbert et al. (2003)	$1.67 \times 0.05 \times 0.62$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	NaCl
Frippiat et al. (2003)	$1 \div 2 \times 0.8 \times 1.2$ m	Suolo naturale	Tecnica reflectometrica	NaCl e Blu brillante FCF
Dunn et al. (2003)	$0.51 \times 0.16 \times 0.34$ m	Sabbia silicea	Fotografia digitale	BF, SB, OX
Levy et al. (2003)	$2.13 \times 0.65 \times 0.10$ m	Sabbia silicea	Fotografia digitale	Tecnica fotografica
Aely et al. (2004)		Campioni di terreno	Fluorescina e Cochinel red	NaCl
Rahman et al. (2004)	$3.40 \times 0.50 \times 0.15$ m	Sferette di vetro	Elettrodi	Viasyn-Blau AE85
Suski et al. (2004)	$200 \times 50 \times 6$ cm	Sabbia silicea	Tecnica fotografica	NaCl e FCF
Magnus Persson (2005)	$0.10 \times 0.05 \times 0.025$ m	Suolo naturale	Elettrodi e fotografia digitale	Rodamina WT
Rovey et al. (2005)	$1.60 \times 0.67 \times 0.60$ m	Sabbia silicea	Fotografia digitale	Sudan IV e fluorescina
McNeil et al. (2006)	$6.25 \times 1.25 \times 0.05$ m	Sabbia silicea	Elettrodi	NaCl
Caprio et al. (2007)	$3.66 \times 1.83 \times 1.22$ m	Sabbia silicea	MTBE	FCF
Goswami et al. (2007)	$53.0 \times 30.5 \times 2.7$ cm	Sfere di silicio	Fotografia digitale	
Hong et al. (2007)	$100 \times 80 \times 15$ cm	Sabbia		
Sanchez-Fuster et al. (2007)	$1.40 \times 0.40 \times 0.05$ m	Sabbia silicea	Fotografia digitale	